Metodología De Optimización De Portafolios De Renta Variable En La Bolsa De New York

Carlos Andrés Suarez Giraldo

Juan Felipe Lozano Arcila

Tesis presentada como requisito para optar al título de

Magister en Administración Económica y Financiera

Director

MSc. Eduardo Arturo Cruz Trejos

Docente Investigador

Universidad Tecnológica de Pereira

Facultad de Ingeniería Industrial

Maestría en Administración Económica y Financiera

Pereira, Mayo de 2020.

Tabla de Contenido

Tabla de Ilustraciones

Lista de Tablas

RESUMEN

Esta investigación está encaminada a proponer una metodología para optimizar un portafolio de acciones de la Bolsa de Valores de New York (New York Stock Exchange - NYSE). En este documento se expone metodológicamente los pasos para conformar el portafolio. En primer lugar se realiza una preselección de diez acciones que conformarán el portafolio de inversión a partir del análisis fundamental; en la siguiente fase se acota la selección a seis acciones y se optimiza el portafolio a través de diferentes modelos: Inicialmente los modelos Estático (Solver), Dinámico (Risk Simulator), Algoritmo Genético, Multiplicadores de Lagrange, dando una guía de cómo un modelo complementa al anterior, respectivamente; y después los modelos Línea de Mercado de Capitales (LMC) y Modelo de Valoración de Activos Financieros (CAPM); en tercer lugar se realiza una proyección del portafolio de inversión a través de Cadenas de Markov; posteriormente se calcula el Valor en Riesgo (VaR) del portafolio a partir de las metodologías: Delta – Normal, Volatilidad Dinámica (EWMA), Histórico, Simulación Montecarlo y se calcula el Valor en Riesgo Condicionado (CVaR) de forma complementaria; por último se realiza un Backtesting del VaR calculado a través de las 4 metodologías y se realiza la calibración del modelo para aquellos que lo requieren tomado como herramienta el test de Kupiec.

Palabras Clave: *Análisis Fundamental, Optimización de Portafolios, Proyección de Portafolios de Inversión, Cadenas de Markov, Valor en Riesgo (VaR), Valor en Riesgo Condicionado (CVaR), Backtesting, Calibración de Modelo, Test de Kupiec.*

ABSTRACT

In this thesis, we propose a portfolio optimization method for the New York Stock Exchange (NYSE). The document explains the procedure to conform the portfolio methodologically. Firstly, using a fundamental analysis, we select a set of ten stocks that will make part of the portfolio investment. Secondly, the number of stocks is reduced to six and the portfolio is optimized using different methods: a Static Method (Solver), a Dynamic Method

(Risk Simulator), Genetic Algorithms, Lagrange Multipliers, where each method improves over the previous one, and the methods of Capital Market Line (CML) and Capital Asset Pricing Model (CAPM). Thirdly, the investment portfolio is projected using Markov Chains. Furthermore, the Value at Risk (VaR) is calculated using four methodologies: Delta – Normal method, the Exponentially Weighted Moving Average (EWMA) volatility method, Historical method and Monte Carlo Simulation. For Monte Carlo simulation, we compute the Conditional Value at Risk (CVaR). Finally, a VaR Backtesting is made for each risk measurement method and we calibrate each model, if required, using the Kupiec test.

Keywords: *Fundamental Analysis, Portfolio Optimization, Investment Portfolio Projection, Markov Chain, Value at Risk (VaR), Conditional Value at Risk (CVaR), Backtesting, Model Calibration. Kupiec Test.*

INTRODUCCION

La selección de portafolios de inversión en renta variable ha sido un tema abordado por múltiples autores desde lo teórico hasta lo experimental. En las investigaciones descriptivas referentes al tema, se han tomado como base algunos modelos matemáticos para la optimización de carteras de inversión. Éstos han sido de gran aporte desde el punto de vista económico para quienes se apoyan en dichos modelos y otras herramientas financieras al realizar una inversión.

El presente documento tiene por objeto la aplicación de modelos matemáticos y métodos de medición del riesgo con el fin de diseñar una metodología para obtener un portafolio óptimo de renta variable en términos de riesgo y rentabilidad.

El estudio se realiza con acciones del New York Stock Exchange (NYSE). Esta bolsa de valores es seleccionada con el fin de tener un amplio portafolio de acciones a seleccionar pertenecientes a diferentes sectores de la economía.

En este trabajo se pretende demostrar que es posible establecer una metodología para seleccionar un portafolio de acciones del NYSE minimizando el riesgo y maximizando la rentabilidad, permitiendo al inversionista colombiano tener un panorama más amplio de las alternativas de inversión en renta variable, ya que en el país se acude principalmente a los activos que cotizan en la Bolsa de Valores de Colombia (BVC), los cuales son pocos y pueden tener una gran dependencia de la variación en los precios de un número reducido de títulos.

Capítulo I: El Problema de Investigación

1.1. Antecedentes de la idea

Según Contreras, Stein y Vecino (2015) en su artículo “Estrategia de inversión optimizando la relación rentabilidad-riesgo: evidencia en el mercado accionario colombiano”, entre los grandes problemas presentes en los estudios financieros se encuentra la obtención de una combinación apropiada de rentabilidad acorde con el respectivo nivel de riesgo.

Por esta razón, en las inversiones en renta variable es necesario realizar un análisis riguroso del comportamiento histórico de las acciones y posteriormente establecer pronósticos de éstas con la intención de tomar las mejores decisiones según el perfil del inversionista.

Según los mismos autores, el uso de herramientas de tipo cuantitativo se torna imprescindible para estos efectos y se apela a postulados como los de Markowitz (1952) y Sharpe (1966, 1975, 1992) para el diseño de un modelo de optimización en donde se maximice la relación retorno ajustado por riesgo y en donde los datos de entrada sean accesibles para cualquier inversionista potencial.

En ese sentido, quienes han realizado estudios referentes a la optimización de portafolios de inversión se han basado en los postulados de Markowitz y Sharpe, y han incorporado otras herramientas de investigación de operaciones para encontrar soluciones óptimas. A manera de ejemplo, en la actualidad se pueden observar aplicaciones de redes neuronales y algoritmo genético para la selección de portafolios óptimos en renta fija y en renta variable.

Otra de las dificultades que se ha tenido en los estudios de optimización de portafolios de inversión en renta variable es la medición del riesgo. Kristjanpoller y Barahona exponen en su artículo de investigación “Backtesting del valor en riesgo para los mercados bursátiles y de divisas latinoamericanas”, que por mucho tiempo el riesgo se ha cuantificado a través de una medida de dispersión (desviación estándar o varianza) que caracteriza a la volatilidad de la rentabilidad de un activo. Un defecto de esta medida es no ser capaz de proyectar los riesgos futuros con alguna incertidumbre.

Es por esto que, según los mismos autores, en la década de l970 se comienzan a publicar artículos con análisis similares a los que en los años 1980 se formalizan como valor de riesgo (Value at Risk, VaR). Estos estudios buscaban responder a la necesidad de poder acotar la incertidumbre en la proyección del riesgo y rentabilidad de un activo.

Por lo anterior, en el 2004 el acuerdo de Basilea II permitió a las instituciones financieras formular sus propias metodologías para la administración de riesgos. Después de esto, muchas han usado técnicas académicas aceptadas.

Actualmente, las técnicas más utilizadas son la simulación histórica (HS), el valor en riesgo condicional autorregresivo (CAViaR), los modelos generalizados de heterocedasticidad condicional autorregresiva (GARCH), teoría de valor extremo (EVT), simulación Montecarlo (MC), entre otras.

1.2. Situación problema

En el mundo se observan tres grandes razones por las cuales gran parte de los inversionistas no utilizan instrumentos de renta variable. La primera es el gran desconocimiento frente a las alternativas de inversión que ofrece el mercado financiero, ya que los instrumentos ofrecidos en el mercado de capitales, en el mercado de divisas y en el mercado de derivados, no son considerados dentro de las opciones de inversión.

En segundo lugar, el alto riesgo percibido por los inversionistas sobre los instrumentos de renta variable. Una evidencia de esto es que en el mundo entero la proporción de inversiones en renta fija es ampliamente mayor que las de renta variable.

En tercer lugar, gran parte de las personas que tienen un perfil de riesgo alto no conocen metodologías que permitan minimizar el riesgo y maximizar su rentabilidad en las inversiones en activos de renta variable, razón por la cual destinan su capital a los tradicionales títulos de renta fija.

En este estudio se determinará una metodología que le permita al inversionista conformar un portafolio óptimo de inversión en acciones, minimizando el riesgo y maximizando la rentabilidad. Este portafolio será seleccionado con acciones que cotizan en el NYSE, ya que ésta es la bolsa de valores más grande del mundo en términos de volúmenes de negociación y número de acciones.

1.3. Definición del problema

¿Cuál debe ser la metodología para la optimización de portafolios de renta variable en la bolsa de valores de New York?

1.4. Hipótesis

El uso de una metodología de optimización de portafolios de renta variable en la bolsa de New York permite a los inversionistas disminuir el riesgo y maximizar su rentabilidad.

1.5. Objetivo general

Diseñar una metodología para la optimización de portafolios de renta variable en la bolsa de valores de New York

1.6. Objetivos específicos

- Seleccionar las acciones para un portafolio de renta variable con base en el análisis fundamental.
- Modelar diferentes técnicas de optimización de portafolios de renta variable.
- Proyectar el portafolio accionario.

- Calcular el nivel de riesgo del portafolio de inversión de renta variable.
- Validar la metodología de optimización de portafolio de renta variable en la bolsa de valores de New York.

1.7. Justificación del estudio

La metodología que se entregará con este trabajo será de gran aporte, ya que los inversionistas que tienen un perfil de riesgo alto y dirigen sus capitales a instrumentos de renta fija, pueden encontrar oportunidades atractivas de inversión en activos financieros de renta variable.

Así mismo, este documento ofrece un panorama más amplio a quienes realizan inversiones en activos de renta variable del mercado local, ya que el portafolio será seleccionado con acciones que cotizan en el NYSE, siendo ésta es la bolsa de valores más grande del mundo en términos de volúmenes de negociación y número de acciones.

1.8. Beneficios que conlleva

Económicos:

- Brindar una metodología que permite optimizar portafolios de inversión en renta variable.
- El estudio de caso en el NYSE ofrece un panorama más amplio de oportunidades al inversionista para rentabilizar su capital, ya que el número de activos que cotizan en esta bolsa de valores es el mayor en el mundo.

Científicos:

- Profundiza sobre las teorías existentes de optimización de portafolios de renta variable.
- Profundiza sobre el uso de metodologías para medir el riesgo en portafolios de renta variable.

1.9. Limitaciones previsibles

- Datos que representan estacionalidades afectadas por un hecho económico en particular.
- Datos incompletos referentes a los valores de cierre de las acciones.
- Sucesos mundiales posteriores a la elección del portafolio de prueba que generen grandes distorsiones en el mercado.

Capitulo II: Marco Referencial

2.1. Marco Teórico

Mercado Financiero.

Según el diccionario del diario económico español Expansión, el mercado financiero se define como "Un conjunto de operaciones y reglas de funcionamiento que utilizan para realizar la contratación de los diversos activos financieros, fundamentalmente dinero, renta fija y renta variable, tanto en la moneda del país como en la de otros países."

El mercado financiero internacional puede clasificarse según su estructura (organizados y no organizados OTC), según su originador (primario y secundario), según su perspectiva geográfica (nacional e internacional) o según los activos transmitidos.

La Unidad de Análisis del Mercado Financiero (UAMF) de la Universidad Nacional de Colombia, clasifica los tipos de mercado financiero según sus activos transmitidos: Mercado monetario, mercado de divisas, mercado de derivados y mercado de capitales. A continuación, se expone un esquema de la clasificación de los mercados financieros según la UAMF:

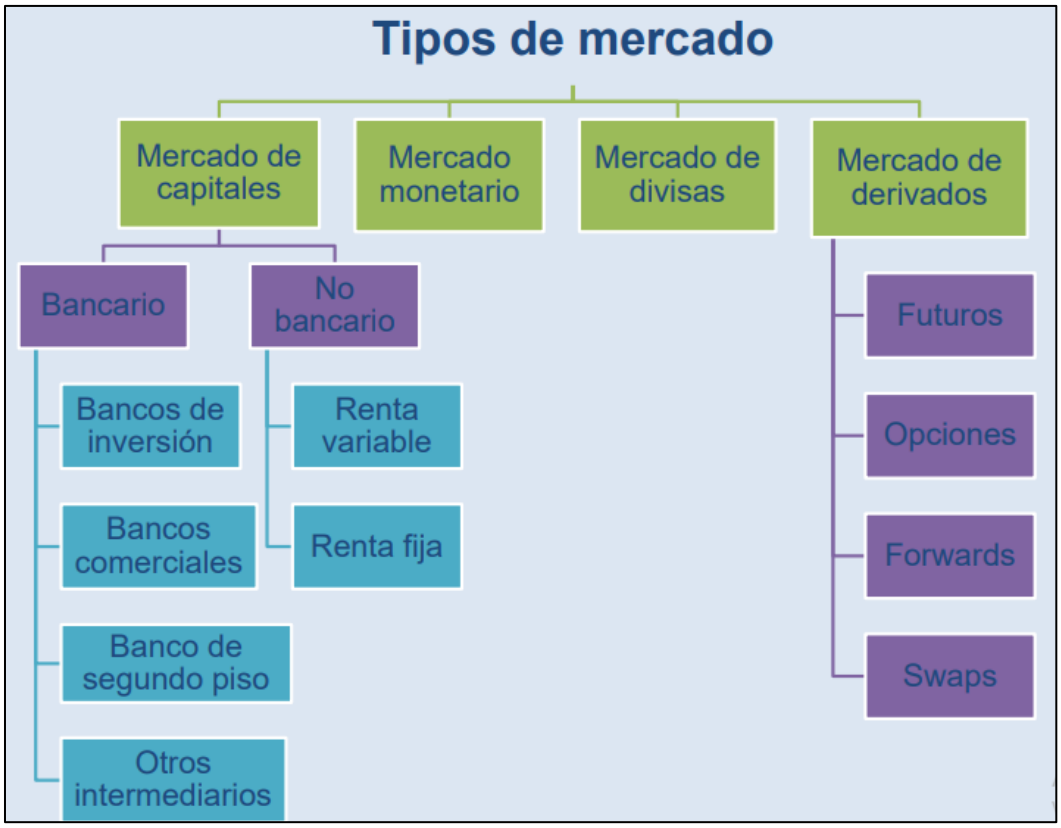


Ilustración 1. Tipos de Mercado. Fuente, UAMF

Los autores de este documento concuerdan con la clasificación propuesta por la UAMF, toda vez que los productos y servicios del sistema financiero se encuentran incluidos en los cuatro tipos de mercado mencionados.

Mercado monetario.

En este tipo de mercado se realizan transacciones con activos financieros como bonos del tesoro, papeles comerciales, certificados de depósito, pagarés, Repos y otros instrumentos que tienen un común denominador y es su naturaleza de corto plazo.

A su vez, el mercado monetario tiene como objetivo establecer las políticas monetarias, estructurando de manera adecuada las tasas de interés y controlando la inflación.

Mercado de divisas.

Según el BBVA, el mercado de divisas es “un mercado global y descentralizado en el que se negocian divisas y que nació con el objetivo de facilitar cobertura al flujo monetario que se deriva del comercio internacional.”

En este mercado se realizan transacciones de compra y venta de monedas. A pesar de ser el mercado financiero más grande del mundo en términos de volumen de negociación (5 billones de dólares diarios), es un mercado no organizado (OTC) en el cual no existe un órgano de compensación que intermedie ni garantice el cumplimiento de las obligaciones entre las partes.

Mercado de derivados.

Asobancaria define los derivados como “instrumentos o contratos cuyo precio está basado (o se “deriva”) de la evolución de los valores de uno o más activos que se denominan activos subyacentes, tales como, el precio del maíz o el valor de una acción.”

A su vez, Asobancaria los clasifica en dos grandes grupos: estandarizados y no estandarizados. En el primer grupo se encuentran aquellos en los que se determina en un contrato su tamaño, fecha de vencimiento y método de liquidación. En Colombia estos contratos pueden ser tranzados por la Bolsa de Valores de Colombia (BVC). En el segundo grupo se encuentran aquellos instrumentos financieros que no se encuentran regulados por ninguna entidad formal. En ese sentido, existe un riesgo bilateral en términos de cumplimiento de las obligaciones entre las partes.

La UAMF, al igual que la Superintendencia de Bancos e Instituciones Financieras de Chile (SBIF), mencionan cuatro tipos de derivados: Forward, Futuros, SWAPS y Opciones.

Forward. Es un contrato entre dos partes, mediante el cual se adquiere un compromiso para intercambiar algo a futuro, a un precio que se determina por anticipado.

Futuros: Un futuro es un contrato muy similar a un forward, con la diferencia de que no se acuerda directamente entre dos partes sino a través de una bolsa organizada, lo que obliga a que los contratos sean estandarizados.

SWAP: Se trata de contratos hechos "a medida" es decir, con el objetivo de satisfacer necesidades específicas de quienes firman dicho contrato. Al igual que los forward, no se transan en bolsas organizadas.

Opciones: Una opción es un contrato entre dos partes (una compradora y otra vendedora), en que quien compra la opción adquiere el derecho a ejercer lo que indica el contrato, aunque no tendrá la obligación de hacerlo.

Mercado de capitales.

El diccionario del diario Expansión define el mercado de capitales como “Conjunto de los mercados financieros de acciones, obligaciones y otros títulos de renta fija o variable. Se excluyen de él los activos monetarios, que forman el mercado del dinero.”

A su vez, el mercado de capitales se encuentra dividido en intermediado y no intermediado. El primero constituye todos los instrumentos financieros ofrecidos por medio de instituciones, bancos, corporaciones financieras, compañías de financiamiento, sociedades fiduciarias y otras entidades de servicios financieros. El segundo es el que conocemos como mercado de valores, compuesto por todas las operaciones de compraventa de instrumentos de renta fija y renta variable. Estas operaciones se llevan a cabo en las bolsas de valores.

Bolsa de Valores.

Según el diccionario del diario Expansión, la Bolsa de Valores se define como “lugar público de contratación de títulos de valores (acciones, bonos, derivados, tipos de interés,

materias primas, entre otros) regulado y supervisado por la administración, con la intermediación de un agente especialmente autorizado para ello".

Existe un gran número de bolsas de valores en el mundo, cada una con niveles diferentes de volumen de transacciones. Actualmente, el mayor mercado de valores en el mundo es la Bolsa de Valores de New York o New York Stock Exchange (NYSE), donde cotizan más de 2000 empresas y la capitalización bursátil supera los 20 billones de dólares.

2.2.Marco conceptual

Renta Variable.

En términos generales, la renta variable se refiere al tipo de inversión que se realiza sin el conocimiento o certeza de cuál será su retorno futuro, debido a que éste no está garantizado, puesto que depende de diferentes factores como el desempeño de la empresa en la que se invierte o la situación económica del país o sector en el que se desarrolla el mercado.

Una característica importante de la renta variable es que existe una fuerte correlación entre ésta y el crecimiento económico del país, por lo cual se suele decir que la renta variable es el único activo que en el largo plazo consigue superar la inflación. Otra importante característica a resaltar es la volatilidad, la cual se refiere a la medida de frecuencia e intensidad de los cambios de precio de un activo.

Instrumentos de renta variable.

Dentro de los diferentes instrumentos de renta variable existentes, el más conocido es la acción, la cual no es otra cosa que una fracción pequeña del capital social de una empresa y que le otorga al comprador la calidad de accionista y por ende a gozar de ciertos derechos, el más importante de ellos el de participación societaria y goce de dividendos cuando éstos son producidos y repartidos. Se debe tener en cuenta, que los instrumentos de renta variable conllevan siempre implícitas la volatilidad y la incertidumbre en su precio, lo que los hace ser

activos riesgosos. Además de las acciones existen otros instrumentos típicos de renta variable como son:

- Fondos comunes de inversión (FCI): Se refiera a fondos comunes constituidos por valores transables aportados por inversionistas a quienes se les llama cuotapartistas y a su vez su derecho de propiedad se denomina cuotaparte.

- Derivados: son valores transables cuya evolución y condiciones dependen de otros activos subyacentes, los cuales pueden ser activos financieros como tasas de interés, tipos de cambio, índices… o commodities como alimentos, bebidas, minerales…., dentro de los derivados se pueden categorizar otros instrumentos de renta variable como los contratos a término (forwards), los contratos a futuro (futures), los contratos de opciones (options) y los contratos de canje (swaps).

Modelos de optimización para portafolios de renta variable.

Por sus características de incertidumbre y volatilidad, invertir en renta variable implica asumir algún grado de riesgo, el cual aumenta o disminuye en relación directa con la rentabilidad que se espera. Una necesidad común de todos los inversores es obtener el mayor nivel de rentabilidad posible asumiendo para ello el menor riesgo o un riesgo razonable. De esta necesidad se ha ocupado diversos especialistas en economía y finanzas, arrojando como resultado teorías y modelos de optimización de portafolios de inversión de los cuales se hace una breve presentación en los siguientes numerales.

Teoría moderna de la cartera (Modern Portfolio Theory)

En 1952 Harry Markowitz formula su teoría de la selección óptima de portafolio en dos artículos the utility of wealth (Journal of Political Economy) y Portfolio selection (Journal of Finance). Aunque, según plantea (Fornero, 2007)"la referencia habitual es el libro Portfolio Selection: Efficient diversification of investments, publicado en 1959 por Wiley, en el que amplía y aclara operativamente la formulación inicial" (pag.136). El modelo de Markowitz se plantea partiendo de las siguientes tres hipótesis:

a) El rendimiento de cualquier portafolio, es considerado una variable aleatoria, para la cual el inversionista estima una distribución de probabilidad para el periodo de estudio. El valor esperado de la variable aleatoria es utilizado para cuantificar la rentabilidad de la inversión;

b) la varianza o la desviación estándar son utilizadas para medir la dispersión, como medida del riesgo de la variable aleatoria rentabilidad; ésta medición debe realizarse en forma individual, a cada activo y a todo el portafolio; y

c) la conducta racional del inversionista lo lleva a preferir la composición de un portafolio que le represente la mayor rentabilidad, para determinado nivel de riesgo. (Franco-Arbeláez, Avendaño-Rúa, & Barbutín-Díaz, 2011)

Matemáticamente el modelo se plantea entonces como una función de maximización de los rendimientos esperados por el inversor

$$Max\ E(R_p) = \sum_{i=1}^{n} w_i * E(R_i) \quad (1)$$

Sujeto a

$$\sigma^2(R_p) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} w_i * w_j * \sigma_{ij} \leq \sigma_0^2; \sum_{i=1}^{n} w_i = 1;\ \ w_i \geq 0\ (i = 1, \dots, n)\ (2)$$

donde n es el número de activos en el portafolio; Ri es la variable aleatoria rendimiento del activo i; E(Ri) es el rendimiento esperado del activo i; Rp es la variable aleatoria rendimiento del portafolio; E(Rp) es el rendimiento esperado del portafolio; wi es la proporción del presupuesto del inversionista destinado al activo i; $\sigma^2(R_p)$ es la varianza del rendimiento del portafolio; σ_{ij} es la covarianza entre los rendimientos de los activos i y j; y σ_0^2 es la varianza máxima admitida.(Franco-Arbeláez et al., 2011)

Dado que el planteamiento de Markowitz implica tanto la maximización de la rentabilidad esperada como la minimización del riesgo igualmente esperado se plantea la formulación dual alternativa:

$$Min\sigma^2(R_p) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} w_i * w_j * \sigma_{ij} \quad (3)$$

Sujeto a

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^{n} w_i * E(R_i) \ \geq \mu_0; \sum_{i=1}^{n} w_i = 1 \ ; w_i \geq 0 \ (i = 1, \dots, n) \ (4)$$

Con cualquiera de las dos alternativas se puede llegar a una solución, encontrando las ponderaciones que optimicen la función objetivo y a su vez cumplan con las restricciones dadas, hallando de ésta manera la cartera eficiente.

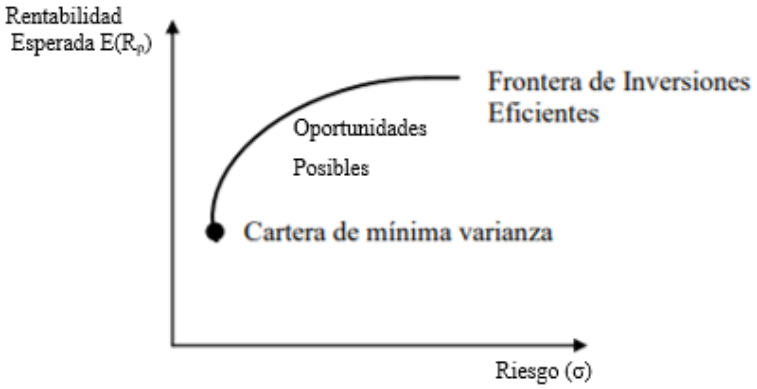


Ilustración 2. Carteras Eficientes de Markowitz. Fuente, Elaboración Propia

Por último, cabe mencionar que la teoría moderna de la cartera de Markowitz se constituyó como punto de partida para que otros investigadores desarrollaran metodologías de optimización de portafolios de inversión en donde aplican mejoras y ajustes al modelo original, corrigiendo así sus inconsistencias. Actualmente, su valor más que práctico es académico pues es la base de numerosos estudios alrededor del tema.

Modelo de Valoración de Activos Financieros (CAPM).

El modelo CAPM (Capital Asset Pricing Model), basado en la teoría de Markowitz y los trabajos de Tobin, parte del supuesto de que de los inversores generalmente optan por aquellas

inversiones que les representa mayor retorno para un nivel de riesgo determinado, desarrollado por William Sharpe (1964) y James Lintner (1965), el CAPM inicia con la definición de la CML (Capital Market Line), la cual hace referencia a la recta que toca a la frontera eficiente en un punto M definido como cartera de mercado. Dado que por sí misma La CML no nos permite evaluar la relación riesgo-rendimiento de activos o carteras diferentes al activo libre de riesgo y a la cartera de mercado. (Fernández, 2006, p.11), se precisa del CAPM que nos da el rendimiento esperado para cualquier activo o cartera en función de una medida de riesgo llamada β. (Fernández, 2006, p.11)

Al igual que el modelo de carteras de Markowitz, el CAPM se base en supuestos o hipótesis para su planteamiento, los cuales se pueden resumir de la siguiente manera según (Fernández, 2006, p.17)

1. Todos los individuos son aversos al riesgo.

2. Todos los individuos buscan maximizar el valor esperado de su utilidad.

3. Todos los inversionistas tienen las mismas expectativas futuras sobre los activos (expectativas homogéneas).

4. Todos los individuos tienen el mismo horizonte de un período.

5. Existe un activo libre de riesgo.

6. No hay costos de transacción. Esto significa que,

a. No hay impuestos.

b. Cualquiera puede pedir prestado y prestar dinero a la tasa libre de riesgo.

c. Todos los inversionistas están igualmente informados.

d. Todos los activos son vendibles y perfectamente divisibles (incluyendo los recursos humanos).

7. Todos los retornos están normalmente distribuidos.

Matemáticamente el modelo CAPM se define de la siguiente manera:

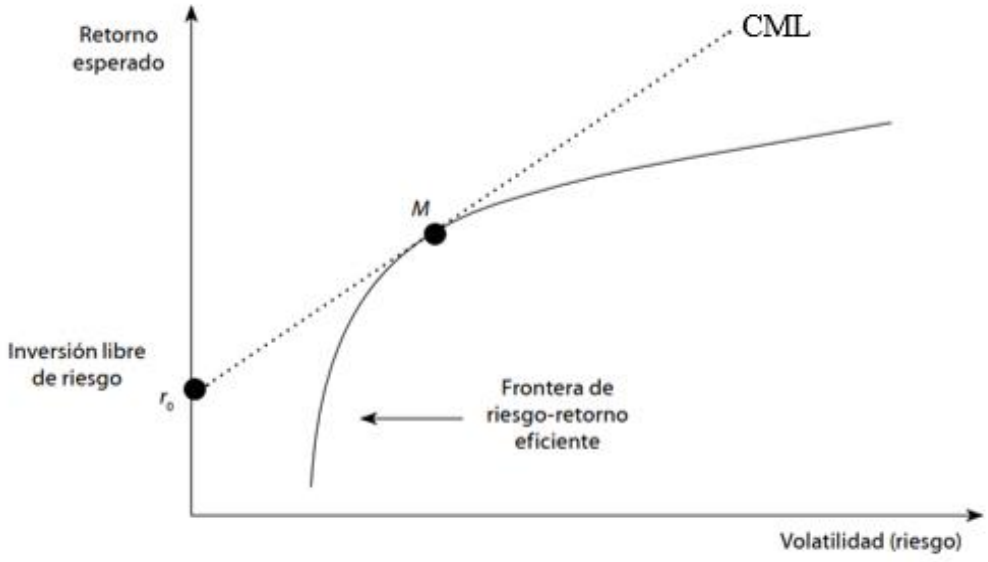


Ilustración 3. Frontera de riesgo-retorno eficiente, Fuente (De Sousa Santana, 2013)

$$E(r_i) = r_0 + \beta(E(r_m) - r_0) + \delta \quad (1)$$

Para la cual $E(r_i)$ es el rendimiento esperado sobre el activo *i*; r_0 es la rentabilidad de la inversión libre de riesgo; $E(r_m)$ es el rendimiento esperado del mercado; δ es el ajuste para la aplicación del modelo en diferentes mercados, $\beta = \frac{Cov(r_i, r_m)}{Var(r_{m)}}$ comúnmente llamado Beta es la sensibilidad de la inversión *i* al riesgo sistémico y finalmente la diferencia $(E(r_m) - r_0)$ se define como el exceso de rentabilidad del portafolio del mercado.

Para terminar, es importante resaltar que a partir del modelo CAPM se han generado numerosos desarrollos posteriores derivados de éste como son, el zero-beta CAPM (Black, 1972), I-CAPM (Merton R. C., 1973), APT (Ross S. 1976), C-CAPM (Rubinstein, 1976), el

modelo de los tres factores desarrollado por Fama y French (1993), y más recientemente, el modelo D-CAPM (Estrada, 2002), entre otros. (Gimeno, 2014, p.7).

Teoría de valoración por arbitraje (APT).

La teoría APT (Arbitrage Pricing Theory) desarrollada por Stephen Ross en 1976 supone una evolución de la metodología CAPM, al punto de que "éste se puede ver como un caso especial de un modelo de arbitraje, que tiene sólo un factor explicativo - el mercado". (Lumby & Jones, 2011). A diferencia del CAPM, el APT tiene menos suposiciones, las cuales se pueden resumir de la siguiente manera:

1. Al ser un modelo de múltiples factores puede describir la rentabilidad esperada tanto de un portafolio como de un activo.
2. El riesgo no sistemático es usualmente despreciable pues se elimina en el proceso de diversificación que el inversionista realiza para maximizar su rentabilidad y disminuir el riesgo.
3. No existe posibilidad de arbitraje puesto que los mercados son eficientes.

Matemáticamente el modelo APT puede ser presentado de la forma en que se presenta en la ecuación 1, sin embargo, es importante tener en cuenta una de las críticas más fuertes que recibe éste modelo, consistente en que no dice cuáles son los factores macroeconómicos que influyen en el comportamiento del activo, dichos factores deben de ser interpretados e incluidos en el modelo por cada inversionista de forma particular.

$$r = \mu + \beta * F + \varepsilon \qquad (1)$$

Donde, r es el vector de rendimientos del activo de tamaño nx1, μ es el vector rendimiento mínimo esperado libre de riesgo nx1, β es la matriz nxk de coeficientes beta que mide la sensibilidad del rendimiento del activo en relación con cada factor, F es el vector kx1 de factores que intervengan en el modelo y ε es el vector nx1 de variables aleatorias conocido econométricamente como errores estocásticos o innovaciones.

Es importante considerar, que “el modelo será solo útil si se puede encontrar suficientes factores relevantes y si cada variable $\beta * F$ se puede determinar y medir exactamente, que en la práctica es difícil”. (Reilly & Brown, 2012; Wei, 1988).

Por último es relevante indicar que en 1991 B.M. Rom y K. Ferguson propusieron un modelo alternativo al APT denominado PMPT siglas en ingles de Post Modern Portfolio Theory basado en el concepto de TIR.

Modelo de selección de portafolios de Black-Litterman (MBL).

El modelo de Black - Litterman parte del modelo de Markowitz, y está basado en modelos bayesianos, la importancia de esto radica básicamente en la posibilidad de incorporar conocimiento extra muestral “a priori” en la estimación de los modelos. (Salazar & Clement, 2014,p.115). De acuerdo con lo anterior el modelo MBL parte de la suposición de que el mercado se comporta eficientemente y que los inversores optan por portafolios que les permita maximizar sus rendimientos a la vez que minimizan el riesgo, adicionalmente, permite la inclusión de las expectativas u opiniones que los inversionistas tienen del mercado, de acuerdo con (Franco-Arbeláez et al., 2011, p. 77).

Una expectativa es una suposición acerca del futuro, y puede o no ser realista. Para el caso de un portafolio de inversión, se refiere a las perspectivas o expectativas sobre la evolución futura de un título o de un sector; además, para cada una se especifica un nivel de confianza.

Por otro lado, (Franco-Arbeláez et al., 2011, p. 77) comenta que “en el modelo de Black Litterman la rentabilidad esperada se alcanza por optimización inversa; es decir, en lugar de preguntarse qué ponderación es necesaria para tener determinada rentabilidad, se plantea qué rentabilidad esperada supone la ponderación que indica la capitalización”.

Antes de realizar la descripción matemática del MBL es importante hacer una breve presentación del teorema de Bayes sobre el cuál se fundamenta.

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)*P(A)}{P(B)} \quad (1)$$

Con:

P(A|B): Probabilidad condicional de A dado B (condición a posteriori)

P(B|A): Probabilidad de B dado A.

P(A): Probabilidad (condición a priori)

P(B): Probabilidad de B (contante normal)

Aplicando el teorema de Bayes al problema de la fusión de las distribuciones previas y condicionales para crear una nueva distribución posterior de los rendimientos de los activos se llega a la ecuación propuesta por (Idzorek, 2004. p. 7)

$$E[R] = [(\tau\Sigma)^{-1} + P'\Omega^{-1}P]^{-1}[(\tau\Sigma)^{-1}\Pi + P'\Omega^{-1}Q] \quad (2)$$

Donde:

$E[R]$: Vector de retornos esperados;

τ: Parámetro escalar que se puede interpretar como el grado de incertidumbre del inversionista.

Si el grado de certidumbre es alto, τ será cercano a 0; de otra forma, τ será cercano a 1. Si la muestra de datos para calcular Π es T, a medida que T incremente la certidumbre en la estimación de Π será más alta. Es decir: $\tau = \frac{1}{T}$

Σ: Matriz de covarianza de los excesos de retorno N x N;

P: Matriz que selecciona los instrumentos del portafolio sobre los cuales se forma una opinión o expectativa, puede ser de tamaño K x N o 1 x N;

Q: Vector de opiniones sobre los retornos para cada opinión K x 1;

Ω: Matriz de la confianza en las opiniones o expectativas, depende de la matriz de covarianza inicial Σ, el parámetro de incertidumbre τ y la matriz P, se trata de una matriz de covarianza diagonal de tamaño K x K; $\Omega = diagonal(P(\tau\Sigma)P^T$:

$$\begin{bmatrix} (P_1\Sigma P_1') * \tau & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & (P_k\Sigma P_k') * \tau \end{bmatrix}$$

Π: Vector de exceso de retornos implícitos de equilibrio, de tamaño N x 1.

$\Pi = \delta\Sigma w_{eq}$ Con

w_{eq}: Cartera del mercado y δ: coeficiente de aversión al riesgo $\delta = \frac{R_m - R_f}{\sigma_M^2}$ donde R_m es el Retorno esperado del mercado, R_f es la tasa libre de riesgo y σ_M^2 es la varianza de retorno del mercado.

Riesgo Financiero.

Antes de definir el concepto de riesgo financiero, es importante establecer la diferencia entre riesgo e incertidumbre, toda vez que muchos manejan ambos términos como sinónimos y no lo son aunque estén estrechamente asociados. Según (Jara & Melgar, 2007, p.5) la incertidumbre es subjetiva y no mensurable, lo que implica una distribución desconocida, mientras que el riesgo es cuantificable y objetivo con una distribución conocida de frecuencias.

Teniendo claro lo anterior, “el riesgo financiero se puede definir como la volatilidad en los cambios esperados” (Salinas, 2009) ,es decir, que para un inversor aproximarse al nivel de riesgo que debe enfrentar tiene que estimar la frecuencia e intensidad con la que se producirán los cambios en el valor del activo en el cual ha invertido. Existen según Salinas los siguientes tipos de riesgo financiero.

Riesgo de Mercado.

Es el riesgo que se presenta por los cambios en los precios en activos y pasivos financieros debido a variaciones en los factores del mercado que puede generar pérdidas al inversionista. En general todos los instrumentos financieros existentes están expuestos a éste tipo de riesgo y su medición usualmente se hace a través de la metodología VaR.

Riesgo de crédito.

Se presenta riesgo de crédito ante la posibilidad de que la contraparte incumpla sus obligaciones contractuales por decisión o por imposibilidad, ante lo cual el inversionista deberá asumir un costo por la reposición de los flujos de las obligaciones no cumplidas. Al igual que el riesgo de mercado, existe una adaptación metodológica para su medición llamada VaR de crédito.

Riesgo de liquidez.

Se refiere al riesgo que se presenta cuando el inversionista no tiene la capacidad de conseguir los flujos de efectivo requeridos para cubrir obligaciones de corto plazo, situación que lo puede llevar a una liquidación anticipada.

Riesgo operacional.

Implica las pérdidas que se pueden presentar por inadecuados manejos administrativos, fallas en la toma acertada de decisiones, incorporación de sistemas inadecuados o faltas de control. De la misma manera se incluye en éste tipo de riesgo el que implica las fallas en la ejecución de las operaciones.

Adicionalmente, (Montoya, Rave, & Castaño, 2006) comentan sobre dos tipos adicionales de cambio en las tasas.

Riesgo de tasa de cambio.

Riesgo asociado con la variación del valor de los activos y/o pasivos denominados en moneda extranjera, como consecuencia de la devaluación/reevaluación de la moneda frente a la otra.

Riesgo de tasa de interés.

Asociado con el cambio en el valor de mercado de una posición financiera como consecuencia de la variación en las tasas de interés

Metodologías para la medición del riesgo.

Si bien la aplicación de modelos para estructurar portafolios óptimos de inversión es un buen punto de partida en el momento de tomar la decisión de invertir, también es cierto que ninguna de estas metodologías está completa si no se agrega algún método que permita estimar o medir el riesgo de manera puntual. Existen en la teoría diversos métodos para el cálculo del riesgo, algunos basados en análisis estadístico paramétrico partiendo de datos históricos y otro basados en la construcción de escenarios posibles partiendo de información actual, en los siguientes numerales se hace una presentación breve de los métodos de mayor aceptación tanto práctica como teórica y que serán necesarios en la elaboración del trabajo.

Para analizar los diferentes métodos existentes para medir el riesgo, es importante tener en cuenta las condiciones que según Artzner et al. (1997, 1999) debe de cumplir cualquier medida de riesgo para considerarse coherente.

a. Homogeneidad positiva: $\rho: (\lambda x) = \lambda\rho(x)$ para todas las variables aleatorias x y todos los números positivos λ.
b. Subaditividad: $\rho: (x + y) \leq \rho(x) + \rho(y)$ para todas las variables x e y.
c. Monotonicidad: $x \leq y$ implica: $\rho(x) \leq \rho(y)$ para todas las variables x e y.
d. Invarianza transicional: $\rho: (x + \alpha_{r_0}) = \rho(x) - \alpha$ para todas las variables aleatorias x y número real α, y todas las tasas libres de riesgo r_0.

Si ρ satisface las propiedades anteriores, entonces es una medida de riesgo (coherente).

Desviación estándar.

Como se ha indicado, el riesgo de un activo está estrechamente relacionado con el nivel de volatilidad que se presente. Según (Melo & Becerra, 2005) "Una posible aproximación a la volatilidad es la desviación estándar del activo"(p.6). Para llegar a la definición matemática del modelo se debe partir del supuesto que los rendimientos de un activo siguen una distribución normal, la cual es definida por los parámetros de media y varianza; para medir el riesgo lo que se hace entonces es calcular la probabilidad de que el retorno se encuentre en un rango especifico.

En el caso de un portafolio con K activos y posiciones constantes en el tiempo, el valor esperado y la varianza de su retorno ($\Re$t) son

$$E(\Re_t) = \omega'\mu$$

$$V(\Re_t) = \omega'\Sigma\omega$$

Donde ω' es el vector de participaciones de cada uno de los activos; μ es el vector de retornos esperados y Σ es la matriz de varianzas y covarianzas de los activos en el portafolio.

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1k} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 & \cdots & \sigma_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{k1} & \sigma_{k2} & \cdots & \sigma_k^2 \end{bmatrix}$$

La desviación estándar estará definida por

$$\sigma = \sqrt{V(\Re_t)}$$

Valor en riesgo (VaR).

El VaR (Value at Risk) es una medida del valor en riesgo que busca determinar la máxima pérdida posible, dado un nivel de confianza (99%)[1] y un horizonte limitado de tiempo (10 días)[2] para una posición estable de activos en condiciones normales. "En términos estadísticos, este corresponde al α-ésimo cuantil (q_α) de la función de distribución de pérdidas y ganancias del activo". (Melo & Becerra, 2005)

El cálculo de VAR, requiere identificar cuáles son los factores que afectan el valor de portafolio de la empresa. El siguiente paso es descomponer los diferentes tipos de acciones que posee, para facilitar la valoración del portafolio, seguidamente, se debe determinar la distribución estadística de los factores de mercado y utilizarlos para calcular los cambios en el valor del portafolio. (Montoya et al., 2006, p.4)

Analíticamente se puede representar el VaR de la siguiente manera:

$$VaR = \alpha * \sqrt{\sigma^2 * \Delta t}$$

Donde α es el factor que define el área de pérdida de los retornos, σ^2 es la varianza de los retornos, y Δt el horizonte de tiempo para el cual se calculará el factor de riesgo VaR.

Representación Gráfica del VaR

[1] 99% es el nivel de confianza recomendado por el acuerdo de Basilea II, Para el método de RiskMetrics® J.P. Morgan asume un período de tenencia de un día a un nivel de confianza del 95%
[2] 10 días es el tiempo máximo de tenencia recomendado por el acuerdo de Basilea II

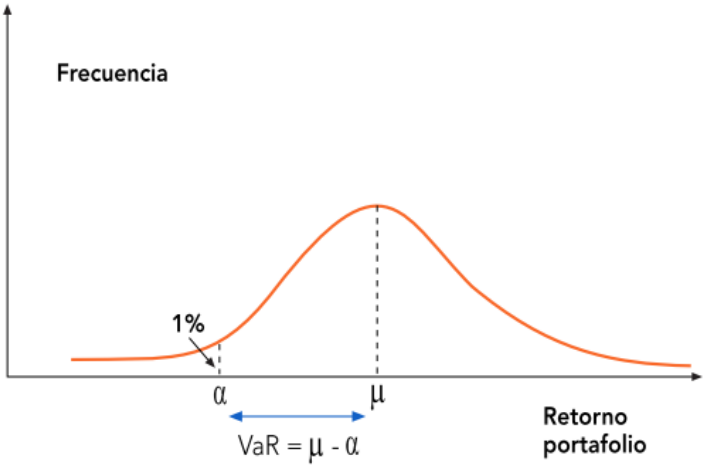


Ilustración 4. Representación gráfica del VaR. Fuente: (Romero, 2005,p.60)

Existen diferentes metodologías para estimar el VaR de un activo o de un portafolio. Dentro de las cuales resaltan, el Delta Normal y volatilidad dinámica, ambos de carácter paramétrico, el método histórico y Simulación de Montecarlo, no paramétricos.

Metodología Delta Normal para calcular el VaR.

Considerado como el método más básico para el cálculo del VaR, el Delta Normal "consiste en asumir que los retornos tienen una distribución normal e idénticamente distribuida".(Johnson, 2001, p.233) de forma tal que podemos definir las fórmulas de retornos esperados y varianza de la siguiente manera:

$$E(\mathrm{R}_p) = \omega' * E(R)$$

$$\sigma_p^2 = \omega' * \mathrm{E}(\Sigma) * \omega$$

Donde ω es un vector columna de ponderadores no negativos que suman uno, y Σ define la matriz de varianzas y covarianzas para los retornos de los n activos.

Para llegar al VaR por éste método se inicia definiendo la matriz de varianzas y covarianzas con información histórica de retornos, luego se aplica cualquier metodología de optimización para hallar la ponderación de los instrumentos y por último se aplica la fórmula del VaR con un grado de confianza dado.

$$VaR = \alpha * \sqrt{\omega' * \mathrm{E}(\Sigma) * \omega} * \sqrt{\Delta t}$$

Metodología de Simulación Histórica para el cálculo del VaR.

La metodología de Simulación Histórica "consiste en aplicar el vector de ponderadores de inversión vigentes a una serie representativa de retornos históricos, de manera de generar una secuencia de valores de portafolio que pueden ser representados estadísticamente por un histograma". (Johnson, 2001, p. 235) La secuencia así generada se utiliza como insumo para el cálculo del VaR.

La secuencia de retornos se obtiene multiplicando los ponderadores vigentes, vector ω', con los retornos históricos de cada momento τ.

$$R_\tau = \omega' * R_{i\tau}$$

Luego se utiliza cada uno de los retornos para estimar el valor del portafolio para el periodo siguiente. Sacando las desviaciones estándar de las diferentes valoraciones de portafolio, μ_H, se procede a calcular el VaR con la formula $VaR_H = -\alpha * \sigma_H \sqrt{\Delta t} * W$

En términos simples, "el método de simulación histórica permite determinar la máxima pérdida a la que podría verse sometida la cartera, en caso que se repitiera el escenario más desfavorable que hubiera tenido lugar en la historia de datos considerada".(Salinas, 2009, p. 195)

Método de Simulación Montecarlo para calcular el VaR.

De acuerdo con (Salinas, 2009, p.193) "El método de simulación Montecarlo consiste en crear escenarios de rendimientos o precios de un activo mediante la generación de números

aleatorios. En este caso se supone que el cambio en los precios sigue un comportamiento estocástico".

Este tipo de comportamiento se puede modelar a través de la ecuación de Wiener

$\frac{dP}{P} = \mu dt + \sigma dz$; tomando $dz = \varepsilon_t * \sqrt{dt}$ se obtiene $\frac{dP_t}{P_t} = \mu dt + \sigma \varepsilon_t * \sqrt{dt}$

Donde ε_t corresponde a una variable aleatoria normal estándar (ruido blanco)

El modelo de Wiener indica que los rendimientos de un activo $dP/_P$ están determinados por un componente determinístico μdt y un componente estocástico $\sigma \varepsilon_t \sqrt{dt}$

El método Montecarlo trabaja con la generación de una gran cantidad de números aleatorios, usualmente 10.000, donde cada uno de éstos números constituye un escenario para la variable $\varepsilon_t \sim N(0,1)$, de ésta forma se tienen igual número de precios del activo para diferentes horizontes de tiempo. Posteriormente se valora el portafolio para cada escenario de precios (valoración global) y se presentan los resultados como distribución de probabilidades de los rendimientos del portafolio como una medida específica del riesgo o VaR. (Salinas, 2009, p 193)

En los casos en que los instrumentos estén correlacionados se deben considerar esta covarianza, lo cual complica el procedimiento de generación de procesos estocásticos. "Para esta situación lo tradicional es utilizar algún mecanismo de identificación de la estructura de la matriz de varianzas y covarianzas por medio de una descomposición de ésta, generalmente utilizando la descomposición de Choleski". (Johnson, 2001, p. 237)

La formulación teórica para la generación de escenarios es la siguiente

$P_t = P_0 e^{\sigma \sqrt{tY}}$ Donde

P_t: Precio del activo en el día t

P_0: Precio inicial del activo

σ: Volatilidad diaria del precio del activo

t: Horizonte temporal en días

Y: variable aleatoria normal estandarizada

El CVaR o VaR condicionado.

Las críticas más usuales que se hacen a la metodología VaR es su escaza capacidad para predecir valores extremos, especialmente cuando la distribución presenta colas gordas y a que según (Romero, 2005, p. 61) "En general VaR no es una medida de riesgo coherente y en particular no es subaditiva" . Como respuesta a éstas debilidades surgen metodologías de mayor robustez y alcance como el CVaR y el EVT.

Según (Jara & Melgar, 2007, p.13) "el CVaR es una medida alternativa al VaR que cuantifica las pérdidas que se puede encontrar en las colas de las distribuciones". Se define como la pérdida esperada para los casos en que la pérdida de valor de la cartera exceda el valor del VaR. En consecuencia, el valor de VaR no será nunca mayor al valor del CVaR, por ello, portafolios con bajo CVaR tendrá un VaR aún menor.

Por otro lado, Pflug (2000) comprobó que la metodología CVaR es una medida "coherente" por cumplir las propiedades de homogeneidad positiva, subaditividad, monotonicidad e invarianza transicional, en comparación al VaR que no cuenta con la propiedad de subaditividad para distribuciones no normales.

Representación gráfica del CVaR

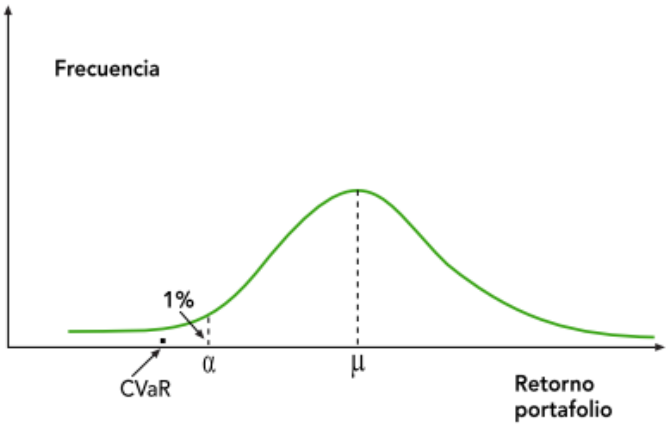


Ilustración 5. Representación gráfica del CVaR. Fuente: (Romero, 2005, p.62)

Franco & Franco (2005) propone modelar matemática el CVaR partiendo de los siguientes elementos:

a. ξ: Variable aleatoria pérdida
b. ψ: distribución acumulada de la variable aleatoria ξ.
c. ψα = cola α de la distribución, que es igual a cero para ξ por debajo del VaR, y es igual a (ψ−α)/(1− α) para ξ mayor o igual que el VaR
d. ($CVaR^+$): Valor en riesgo condicional superior, Pérdidas esperadas que exceden estrictamente al VaR

Definiéndolo finalmente como un promedio ponderado del VaR y el $CVaR^+$, dado por:

$$CVaR_\alpha(\xi) = \lambda VaR + (1-\lambda)CVaR_\alpha^+(\xi)$$

$$\lambda = (\psi(\xi_\alpha) - \alpha)/(1-\alpha)\ ;\ 0 \leq \lambda \leq 1$$

Teoría de los valores extremos EVT.

De manera general, (Gumbel, 1958) considera que “el objetivo de la EVT es analizar los extremos observados y predecir más allá de éstos”, de forma particular ésta teoría es usada para

analizar los valores extremos en la distribución de los rendimientos de un activo, donde se supone que el riesgo toma mayor importancia.

Teóricamente existen dos aproximaciones a la Teoría de Valores Extremos, la primera es el ajuste de la distribución de los valores máximos o mínimos y la segunda es el análisis de los valores extremos a partir del análisis de los valores que exceden cierto umbral.

La primera aproximación se puede definir de la siguiente forma:

Sean $\{X_1,\ldots, X_n\}$ variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas. El Máximo $M_n = \text{Max}\ \{X_1,\ldots, X_n\}$ converge a la siguiente distribución.

$$GEV(x,\mu,\xi) = exp\left\{-\left[1+\xi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right]^{-\frac{1}{\xi}}\right\} \text{ Donde } 1+\xi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right) > 0$$

El parámetro μ corresponde a la localización, σ es la escala y ξ es la forma o índice de cola (indica el tamaño de la cola de la distribución).

La anterior formulación es conocida como Distribución Generalizada de Valores Extremos y dependiendo del valor del índice de cola se corresponde con alguna de las siguientes distribuciones:

Distribución de Gumbel cuando $\xi = 0$; distribución de Weibull cuando $\xi < 0$ y Fréchet cuando $\xi > 0$.

Análisis Fundamental

Existen dos ramas principales de estudio para el análisis de inversiones, el análisis fundamental y el análisis técnico. El fundamental estudia todos los factores macroeconómicos (más conocido como top-down) y microeconómicos (bottom-up) que pueden afectar el valor del capital de una empresa. En el caso macroeconómico, el crecimiento económico, tasas de interés, decisiones de política monetaria y fiscal, eventos políticos y otros eventos macro que pueden afectar el valor de la compañía. En el caso micro, se estudian los

balances de una compañía, crecimiento en ventas y utilidades, márgenes de rentabilidad, fusiones y adquisiciones, etc.

2.3.Marco normativo

Regulación de mercados internacionales y tratamiento del riesgo.

El sistema financiero internacional está regulado desde 1974 por el Comité de Supervisión Bancaria de Basilea, sin embargo, ésta regulación no se da en un sentido estricto, es decir, el Comité no emite leyes ni reglamentos que tengan que cumplir los países miembros, sino que se encarga de proponer medidas regulatorias que son comúnmente aceptadas por los mismos.

Hasta la fecha el Comité ha pasado por tres grandes acuerdos, denominados en su orden Acuerdo de Basilea I, II y III, adicionalmente, según (Clavijo, 2016) se están discutiendo nuevas disposiciones conocidas como “Basilea IV”.

Los principales aportes de cada acuerdo se pueden resumir de la siguiente manera:

Acuerdo de Basilea I: Se crea en 1988 un acuerdo que fija un porcentaje mínimo de capital con el que operar. Dicho capital se establece en un 8% del cociente entre capital y activos ponderados por riesgo, con el fin de que se las entidades realizaran su actividad respaldados con un capital suficiente para cubrir los riesgos asumidos.

Acuerdo de Basilea II: Gestado entre 1999 y 2004 se basó en tres pilares fundamentales, requerimiento mínimo de capital, proceso de supervisión bancaria y disciplina de mercado. En el primer pilar se establecen medidas para la medición de los riesgos de crédito, de mercado y operativo, mediante dos métodos principales, el estandarizado (EE) y el método basado en calificaciones internas (IRB)

Acuerdo de Basilea III: Creado en 2010 como respuesta a la crisis de las hipotecas subprime éste acuerdo se centra en crear medidas destinadas a conseguir que las entidades financieras mejoren su capital mediante un aumento en la exigencia de este y de su calidad.

Estos acuerdos se pueden visualizar fácilmente en el siguiente esquema presentado por (Clavijo, 2016).

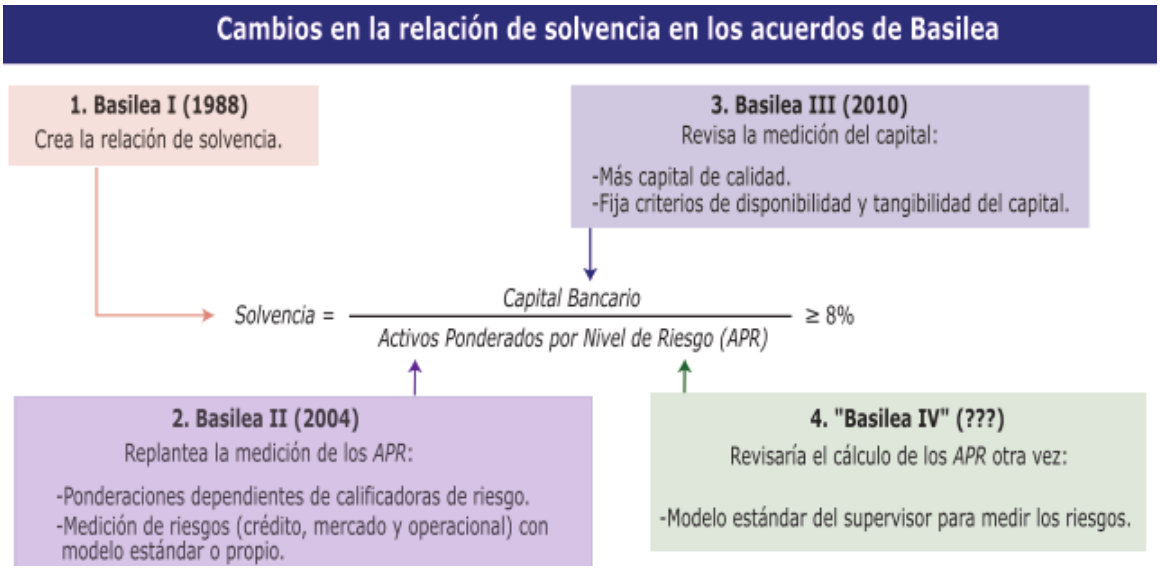


Ilustración 6. Fuente: (Clavijo, 2016, p.2) cálculos Anif con base en BIS

Regulación bolsa de valores de New York, U. S. Securities and Exchange Commission.

La Comisión de Bolsa y Valores (SEC, por sus siglas en ingles), fue creada en 1934 mediante la sección 4 de la ley de intercambio de valores y se encarga de vigilar el cumplimiento de las leyes federales del mercado de valores, la regulación de las bolsas de valores y el mercado de opciones de Estados Unidos.

En lo que corresponde a las bolsas de valores, como es el caso del NYSE, la SEC se encarga de supervisar las actividades en el piso de operaciones para asegurarse que hay un equilibrio entre la compra y venta de órdenes. (Varadan, Subha, 2018)

2.4.Marco filosófico

En la actualidad existen numerosos estudios en Colombia que apuntan a la optimización de portafolios de renta variable a través de la implementación de modelos matemáticos. Sin embargo, la mayoría son casos de estudio en la Bolsa de Valores de Colombia (BVC), la cual tiene un moderado número de activos que cotizan en ella y guarda dependencia con el comportamiento del petróleo y de algunas acciones importantes dentro de la misma bolsa.

Con este trabajo se pretende diseñar una metodología de optimización de portafolios de renta variable en el NYSE, profundizando en la medición del riesgo. En ese sentido, la importancia de este documento no solamente se encuentra en los modelos de optimización para seleccionar el portafolio, sino también en el análisis de diversos métodos de medición del riesgo y la contrastación de los resultados obtenidos con los reales.

Finalmente se entregará una metodología que puede seguir el inversionista colombiano para adquirir títulos de una bolsa con un mayor número y variedad de activos, brindando un gran aporte a quienes negocian con instrumentos de renta variable.

2.5.Marco situacional

Este estudio utilizará información de la bolsa de valores de New York, cuyo nombre completo es New York Stock Exchange (NYSE).

Esta bolsa de valores fue fundada en el año 1792. En ese entonces, el NYSE no era un mercado de valores con gran importancia a nivel mundial. Cien años despúes, terminada la primera guerra mundial, el NYSE se convirtió en la principal bolsa de valores del mundo. Desde ese entonces se ha establecido como el mercado de valores más importante, donde cotizan más de 2000 empresas de diferentes sectores como Coca Cola, General Electric, Wal – Mart, Exxo Mobil, etc.

Además del número de empresas, su capitalización bursátil en 2017 fue de 25 billones de dólares, siendo de lejos el mercado más transado a nivel mundial.

Sus principales índices son el Dow Jones, NASDAQ 100, S&P 500, NASDAQ Composite, NYSE Composite.

2.6.Glosario

Covarianza: En estadística multivariable, la matriz de varianza - covarianza es una matriz cuadrada y simétrica de orden k, donde los términos diagonales son las varianzas y los no diagonales las covarianzas entre las variables; de mucha utilidad puesto que resume la variabilidad de los datos y la información relativa a la relación lineal existente entre ellos.

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1k} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 & \cdots & \sigma_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{k1} & \sigma_{k2} & \cdots & \sigma_k^2 \end{bmatrix}$$

Desviación Estándar: La desviación estándar es la medida de dispersión más común, que indica qué tan dispersos están los datos con respecto a la media. Mientras mayor sea la desviación estándar, mayor será la dispersión de los datos.

El símbolo σ (sigma) se utiliza frecuentemente para representar la desviación estándar de una población, mientras que s se utiliza para representar la desviación estándar de una muestra. La variación que es aleatoria o natural de un proceso se conoce comúnmente como ruido.

$$\sigma = \sqrt{Varianza} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

Distribución normal de probabilidad: Una distribución de probabilidad indica toda la gama de valores que pueden representarse como resultado de un experimento si éste se llevase a cabo, es decir, describe la probabilidad de que un evento se realice en el futuro

Las hay de tipo continuo y discreto dependiendo del tipo de variable que definan

a. Una distribución continua describe las probabilidades de los posibles valores de una variable aleatoria continua. Una variable aleatoria continua es una variable aleatoria con un conjunto de valores posibles (conocido como el rango) que es infinito y no se puede contar.
b. Una distribución discreta describe la probabilidad de ocurrencia de cada valor de una variable aleatoria discreta. Una variable aleatoria discreta es una variable aleatoria que tiene valores contables, tales como una lista de enteros no negativos.

Estocástico: Modelo matemático en el que la ley de probabilidad que da la evolución de un sistema depende del tiempo.

Incertidumbre: Se entiende por incertidumbre una situación en la cual no se conoce completamente la probabilidad de que ocurra un determinado evento.

Nivel de confianza: El nivel de confianza representa el porcentaje de intervalos que incluirían el parámetro de población si usted tomara muestras de la misma población una y otra vez. El nivel de confianza (p) se designa mediante $1 - \alpha$, y se suele tomar en tanto por ciento. Los niveles de confianza más usuales son: 90%; 95% y 99%. El nivel de significación se designa mediante α y es un umbral que permite determinar si el resultado de un estudio se puede considerar estadísticamente significativo.

Varianza: En Teoría de Probabilidad y la Estadística, la varianza es aquella medida de dispersión que ostenta una variable aleatoria respecto a su esperanza. La varianza se relaciona con la desviación típica o desviación estándar, la cual se denota a través de la letra griega denominada sigma y que será la raíz cuadrada de la varianza.

$Varianza = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n}$ Definición matemática de Varianza, con *X:* Variable aleatoria y n tamaño de la muestra

Volatilidad: La volatilidad es la variabilidad de la rentabilidad de una acción respecto a su media en un periodo de tiempo determinado. Cuando esa volatilidad se compara con la volatilidad del mercado se le denomina beta (β)

Existen diferentes tipos de Volatilidad

Volatilidad histórica: es la variabilidad de la rentabilidad (no del precio) de un activo financiero (en este caso una acción) en un periodo de tiempo respecto a la rentabilidad promedio en ese periodo.

Volatilidad implícita: Es la volatilidad que se estima que tendrá en el futuro un determinado activo financiero. Se conoce también como volatilidad del mercado.

Volatilidad estocástica: Cuando la volatilidad de los diferentes activos cambia a lo largo del tiempo de forma incierta

Volatilidad determinista: Cuando en la volatilidad no se producen cambios o si se producen se pueden estimar sin ningún error de medida

Capítulo III: Diseño Metodológico

En el presente trabajo se desarrollará el método científico. Se hace uso de éste método dado que el punto de partida es observar que existe la posibilidad de aplicar una metodología para optimizar portafolios de renta variable. Posteriormente se plantea formalmente el tema y se construyen los marcos de referencia.

Por otro lado, el tema planteado exige que se deba determinar una justificación para que tenga sentido su estudio y diseñar una metodología para llevarlo a buen término.

Como tipo de investigación, en este trabajo se utilizará el desarrollo experimental, toda vez que se parte de conocimientos existentes y a partir de ellos se diseña una metodología que finalmente deberá ser validada.

El tipo de estudio de este trabajo es descriptivo, ya que se describe una metodología para optimizar portafolios de renta variable en la bolsa de valores de Nueva York.

3.1. Universo

Acciones que cotizan en la bolsa de valores de New York.

3.2. La población o muestra

En este estudio se realizará un censo, ya que se tomarán los datos de todas las acciones que cotizan en la bolsa de valores de New York.

3.3. Delimitación del estudio

Espacial.

El estudio tendrá una delimitación espacial en la bolsa de valores de New York.

Temporal.

La investigación se realizará durante seis meses a partir de la aprobación del anteproyecto.

Demográfica.

Acciones que cotizan en la bolsa de valores de New York.

Temática.

Metodología de optimización de portafolios de renta variable en la bolsa de valores de New York.

3.4.Etapas o Fases de Investigación

A continuación, se presentan las etapas de este trabajo de investigación:

Tabla 1. Etapas o Fases de Investigación

ETAPA	DESCRIPCIÓN	ACTIVIDADES	PRODUCTOS
Etapa 1: Selección de acciones	En esta etapa se seleccionan las acciones para un portafolio de renta variable con base en el análisis fundamental	Desde lo teórico se analizan las metodologías más utilizadas para la selección de portafolios de renta variable con base en el análisis fundamental	Documento con el análisis de las metodologías más utilizadas para la selección de portafolios de renta variable con base en el análisis fundamental
Etapa 2: **Modelación de técnicas de optimización**	En esta etapa se modelan diferentes técnicas de optimización de portafolios de renta variable.	Se modelan diferentes técnicas de optimización de portafolios de renta variable. Se analizan los modelos de optimización de portafolios	Documentos de modelos de optimización de portafolios de renta variable. Documentos de modelos aplicados en estudios de optimización de

ETAPA	DESCRIPCIÓN	ACTIVIDADES	PRODUCTOS
		de renta variable.	portafolios de renta variable.
Etapa 3: **Proyección del portafolio accionario**	En esta etapa se proyecta el portafolio accionario	Se proyecta el portafolio accionario realizando un análisis de tendencia con base en cadenas de Markov.	Documentos de aplicación de cadenas de Markov para la proyección de portafolios de renta variable.
Etapa 4: **Cálculo de nivel de riesgo**	En esta etapa se calcula el nivel de riesgo del portafolio de inversión de renta variable.	Desde lo teórico se analizan las metodologías más utilizadas para medir el nivel de riesgo de un portafolio de inversión. Desde lo práctico se calcula el nivel de riesgo del portafolio con cada una de las metodologías.	1. Documento con el análisis de las metodologías existentes más utilizadas para medir el nivel de riesgo. 2. Documento con el desarrollo de cada metodología y el resultado obtenido en cada una de ellas
Etapa 5: **Validación del modelo**	En esta etapa se valida la metodología de optimización de portafolio de renta variable en la bolsa de valores de New York	Desde lo teórico se analizan los modelos de validación más utilizados para la optimización de portafolios de renta variable en su componente de riesgo. Desde lo práctico se realiza una prueba para validar el modelo de optimización de portafolio de renta variable en la bolsa de valores de New York en su componente de riesgo.	1. Documento con el análisis de los modelos de validación más utilizados para la optimización de portafolios de renta variable. 2. Documento con el desarrollo una prueba para validar el modelo de optimización de portafolio de renta variable en la bolsa de valores de New York en su componente de riesgo.

Nota: Elaboración propia

3.5.Variables e Indicadores

Tabla 2. Variables e Indicadores

VARIABLE	DESCRIPCION	CLASIFICACION	ESCALA	INDICADOR	SUBVARIABLE
Riesgo de mercado	Posibilidad de sufrir pérdidas en los mercados financieros	Cualitativa ordinal	Alto Medio Bajo	Rango de escala	
Rentabilidad	Beneficio recibido sobre una inversión realizada	Cuantitativa intervalar	Porcentual	Entre 0 y 100%	Precio
Perfil de riesgo del inversionista	capacidad del inversor de asumir pérdida	Cualitativa ordinal	Alto Medio Bajo	Rango de escala	

Nota: Elaboración Propia

3.6. Operacionalización de variables.

Tabla 3. Operacionalización variable Riesgo de Mercado

VARIABLE: Riesgo de mercado	
DEFINICIÓN CONCEPTUAL: Es el riesgo que se presenta por los cambios en los precios en activos y pasivos financieros debido a variaciones en los factores del mercado que puede generar pérdidas al inversionista	**DEFINICIÓN OPERATIVA:** Volatilidad de los resultados esperados que puede estimarse a través de diferentes metodologías basadas en tratamientos estadísticos paramétricos y no paramétricos

Tabla 4. Operacionalización variable Rentabilidad

VARIABLE: Rentabilidad	
DEFINICIÓN CONCEPTUAL: la rentabilidad hace referencia al beneficio, lucro, utilidad o ganancia que se ha obtenido de un recuso o dinero invertido	**DEFINICIÓN OPERATIVA:** Manera de medir el rendimiento de un determinado activo o el mercado de valores en su conjunto $$\boldsymbol{\mathcal{R}_E} = \left[\frac{\boldsymbol{P_f} - \boldsymbol{P_0}}{\boldsymbol{P_0}}\right]\%$$
SUBVARIABLE: Precio	
DEFINICIÓN CONCEPTUAL: Medida del Valor de cambio de los Bienes y servicios.	**DEFINICIÓN OPERATIVA:** El precio se determina en función de la negociación en el mercado, según lo que los compradores estén dispuestos a pagar y lo que los vendedores pidan por ella, dando así origen al valor de cotización.

Tabla 5. Operacionalización variable Perfil de Riesgo del Inversionista

VARIABLE: Perfil de riesgo del inversionista	
DEFINICIÓN CONCEPTUAL: Es el resultado de la evaluación personalizada sobre la situación financiera del inversionista y su tolerancia a	**DEFINICIÓN OPERATIVA:**

afrontar perdidas	**Perfil de riesgo bajo** Poca tolerancia a las pérdidas y disposición a obtener rentabilidades más bajas a cambio de asegurar cierto capital. **Perfil de riesgo moderado** Disposición a asumir un riesgo pequeño a cambio de una rentabilidad tampoco muy elevada. **Perfil de riesgo alto** Alta tolerancia a las pérdidas con altas expectativas de rentabilidad.

3.7. Instrumentos para recolección de información

En este trabajo el origen de la información es secundario, ya que se centra en conocimientos previos y técnicas empleadas por otros. La recopilación de dicha información se realizará a través de páginas que contienen los precios de cierre de todas las acciones que cotizan en el NYSE en lo que concierne a los datos que serán procesados, y a través de documentos en los que se observan aplicaciones de modelos de optimización de portafolios de inversión y medición del riesgo.

3.8. Procesamiento y análisis de la información

En esta investigación se recopilará información cuantitativa, ya que se utiliza como base los precios de cierre de las acciones del NYSE. A continuación se observa un esquema que representa el procesamiento y análisis de la información de este trabajo:

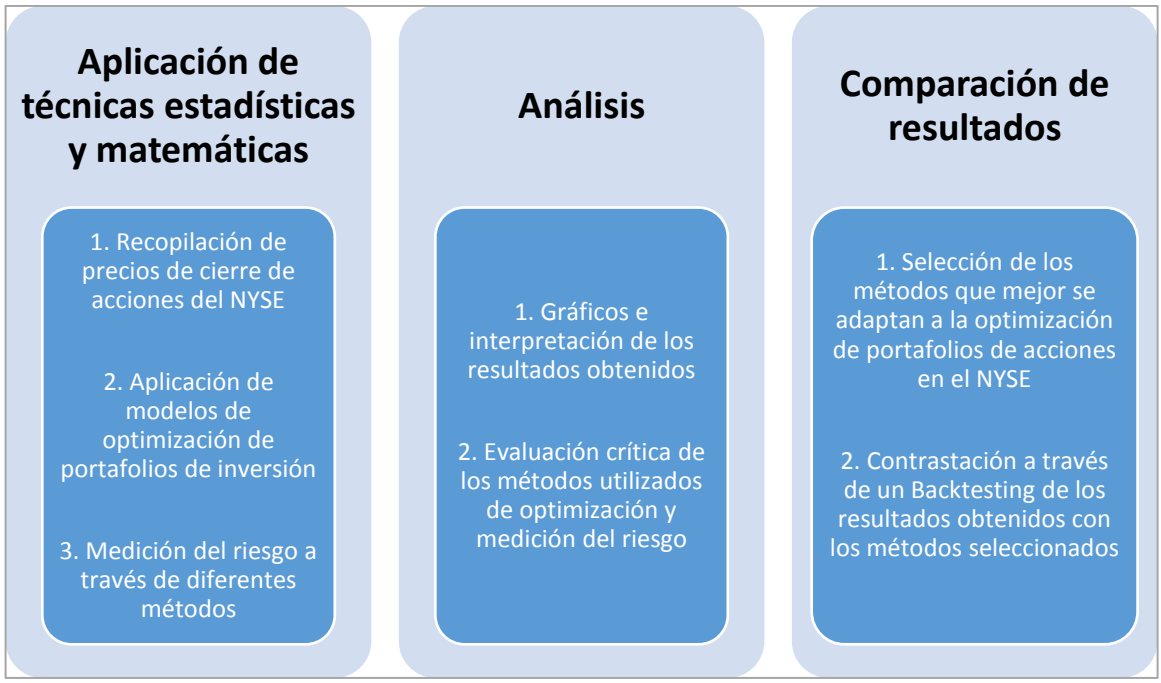


Ilustración 7. Procesamiento y análisis de la información. Fuente: Elaboración propia

Capitulo IV: Diagnostico Obtenido

En la actualidad existen numerosos estudios en Colombia que apuntan a la optimización de portafolios de renta variable a través de la implementación de modelos matemáticos. Sin embargo, la mayoría son casos de estudio en la Bolsa de Valores de Colombia (BVC), la cual tiene un moderado número de activos que cotizan en ella, generando que su comportamiento guarde una gran dependencia de las acciones del sector petrolero y de otras importantes dentro de la misma bolsa.

Es por lo anterior que en este documento se busca brindar al inversionista una posibilidad de tener un portafolio realmente diversificado. En este estudio se construye una metodología de optimización de portafolios de renta variable de la Bolsa de Valores de New York, ya que se ha establecido como el mercado de valores más importante, donde cotizan más de 2000 empresas de diferentes sectores y guarda un nivel muy inferior de dependencia con algunas acciones.

Además del número de empresas, su capitalización bursátil en 2017 fue de 25 billones de dólares, siendo de lejos el mercado más transado a nivel mundial.

Sus principales índices son el Dow Jones, NASDAQ 100, S&P 500, NASDAQ Composite, NYSE Composite.

Capítulo V: Propuesta

5.1. Proceso de Selección de Acciones

En la primera fase de esta metodología, se realiza una preselección de 10 acciones importantes que coticen en el **NYSE** a través de herramientas de análisis fundamental.

Para esto se requieren los precios de cierre de los últimos dos años de las acciones del Dow Jones Industrial Average, índice que contiene las 30 compañías más representativas de Estados Unidos. Este conjunto empresas garantiza que el portafolio contenga acciones de alta bursatilidad, característica que se busca para una adecuada selección.

Dicha información financiera se encuentra en https://finance.yahoo.com/, un módulo de Yahoo que proporciona datos de los comportamientos de los mercados de Estados Unidos.

A continuación, se observa la lista con las empresas que reúne el índice Dow Jones.

Tabla 6. Acciones que conforman el Dow 30

Nombre	**Símbolo**
3M	MMM
American Express	AXP
Apple	AAPL
Boeing	BA
Caterpillar	CAT
Chevron	CVX
Cisco	CSCO
Coca-Cola	KO
DuPont	DWDP
Exxon Mobil	XOM

Nombre	Símbolo
Goldman Sachs	GS
Home Depot	HD
IBM	IBM
Intel	INTC
J&J	JNJ
JP Morgan Chase & CO	JPM
McDonald's Corporation	MCD
Merck & Co., Inc	MRK
Microsoft Corporation	MSFT
NIKE, Inc	NKE
Pfizer Inc.	PFE
The Procter & Gamble Company	PG
The Travelers Companies, Inc	TRV
United Technologies Corporation	UTX
UnitedHealth Group Incorporated	UNH
Verizon Communications Inc.	VZ
Visa Inc.	V
Walgreens Boots Alliance, Inc.	WBA
Walmart Inc.	WMT
Walt Disney	DIS

Fuente: Elaboración propia. Datos extraídos de https://finance.yahoo.com/

Teniendo el listado de las acciones, se descargan los datos de precios de cierre de cada una de ellas desde el 28 de febrero de 2017 hasta el 28 de febrero de 2019. Ver archivo anexo de Excel “DATA HISTORICA DOW JONES.xlsx”

La siguiente fase consiste en calificar cada acción de acuerdo a los siguientes criterios:

1. Razón de Liquidez: Indicador que determina la capacidad de la empresa para enfrentar sus obligaciones a corto plazo. (Act. Corriente/ Pas. Corriente).

2. Endeudamiento: Indicador que determina la participación de los acreedores sobre el total de activos de la compañía. (Pas. Total / Act. Total)
3. Rentabilidad: Para este caso se tiene en cuenta el Margen Neto, que resulta de dividir la utilidad neta de la empresa entre las ventas totales. (Utilidad / Ventas)
4. Q Tobin: Es un indicador que muestra la relación entre el valor de la acción en el mercado y su valor en libros. Este indicador permite saber si una acción está subvalorada, en precio justo o sobrevalorada.
5. PER: Indica el número de veces que el beneficio neto está contenido en el precio de una acción. Un PER muy elevado podría indicar que la empresa se encuentra sobrevalorada.
6. Rentabilidad acción: Indica la rentabilidad promedio de la acción en los últimos dos años.
7. Volatilidad acción: Indica la intensidad de las variaciones que ha tenido la acción en los últimos dos años.

Para esta calificación se establece la posición de cada empresa entre las 30 de acuerdo a cada uno de los criterios. Por ejemplo, para el criterio de endeudamiento la empresa Chevron tiene el nivel más bajo, lo cual es positivo y lo ubica en la primera posición frente al resto de las empresas, tal y como se observa en la siguiente tabla:

Tabla 7. Puntuación acciones en criterio Endeudamiento

B. ENDEUDAMIENTO							
Posición	Nombre	Simbolo	Indice NYSE	Razón Liquidez	Endeudamiento	Rentabilidad	Q Tobin
1	Chevron	CVX	Si	1,25	0,39	0,09	1,50
2	Intel	INTC	No	1,73	0,42	0,30	3,23
3	Exxon Mobil	XOM	Si	0,84	0,45	0,07	1,77
4	Walt Disney	DIS	Si	0,942049272	0,45	0,21	3,4
5	DuPont	DWDP	Si	2,01	0,50	0,04	1,28
6	Visa Inc.	V	Si	1,611322424	0,51	0,50	11,49
7	The Procter & Gamble Company	PG	Si	0,825866771	0,55	0,15	4,64
8	NIKE, Inc	NKE	Si	2,505629139	0,56	0,05	15,75
9	Cisco	CSCO	No	2,29	0,60	0,00	5,58
10	Walgreens Boots Alliance, Inc.	WBA	No	0,823648867	0,61	0,04	2,45
11	J&J	JNJ	Si	1,47	0,61	0,19	6,16

Fuente: Elaboración propia. Datos extraídos de https://finance.yahoo.com/

De la misma manera se le asigna una posición a cada empresa y se realiza un promedio general de acuerdo a la posición en los siete criterios. A continuación se observan las 10 acciones con mejor promedio:

Tabla 8. Acciones con mejor puntaje global

Posición	Promedio	Nombre	Símbolo
1	10,333333	Intel	INTC
2	14,166667	American Express	AXP
3	14,666667	Visa Inc.	V
4	14,833333	Pfizer Inc.	PFE
5	14,833333	Walt Disney	DIS
6	15,666667	J&J	JNJ
7	16,166667	Goldman Sachs	GS
8	16,166667	Chevron	CVX
9	16,333333	JP Morgan Chase & CO	JPM
10	16,833333	Microsoft Corporation	MSFT

Fuente: Elaboración propia. Datos extraídos de https://finance.yahoo.com/

Sin embargo, Intel y Microsoft Corporation no pueden ser tomadas en cuenta, ya que no cotizan en el NYSE, sino en el NASDAQ. Por otro lado, Pfeizer Inc. no reportó información financiera referente a activos ni pasivos, razón por la cual no puede ser preseleccionada para el portafolio.

Teniendo en cuenta lo anterior, las siguientes tres acciones que cumplan con los parámetros establecidos reemplazan a las mencionadas anteriormente. Finalmente, la preselección quedaría conformada de la siguiente manera:

Tabla 9. Acciones preseleccionadas del portafolio

Posición	Promedio	Nombre	Símbolo
1	14,166667	American Express	AXP
2	14,666667	Visa Inc.	V
3	14,833333	Walt Disney	DIS

4	15,666667	J&J	JNJ
5	16,166667	Goldman Sachs	GS
6	16,166667	Chevron	CVX
7	16,333333	JP Morgan Chase & CO	JPM
8	17,333333	Exxon Mobil	XOM
9	17,666667	The Procter & Gamble Company	PG
10	17,833333	McDonald's Corporation	MCD

Fuente: Elaboración propia. Datos extraídos de https://finance.yahoo.com/

El proceso de preselección puede observarse en el archivo anexo de Excel "PRESELECCION ACCIONES.xlsx"

5.2. Modelos De Optimización De Portafolio De Acciones De La Bolsa De New York

5.2.1. Modelo Estático en Solver (MES)

Después del proceso de muestreo y selección de las acciones con las que se desarrollará el trabajo, se procede a desarrollar la primera técnica de optimización de portafolios de renta variable, haciendo uso de la herramienta solver de Excel, partiendo de la teoría moderna de selección de carteras propuesta en *The Journal of Finance* por Harry Markowitz (1952) y cuya fundamentación teórica y matemática se encuentra detallada en el numeral 2.3.3.1 de éste trabajo. A continuación se recuerda la formulación matemática del modelo de maximización de rentabilidad y su respectivo modelo dual de minimización del riesgo.

Modelo Primal

Función Objetivo

$$Max\ E(R_p) = \sum_{i=1}^{n} w_i * E(R_i)$$

Sujeto a (restricciones del modelo)

$\sigma^2(R_p) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} w_i * w_j * \sigma_{ij} \leq \sigma_0^2;$

$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1;$

$w_i \geq 0 \ (i = 1, \dots, n)$

Modelo Dual

Función Objetivo

$Min\sigma^2(R_p) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} w_i * w_j * \sigma_{ij}$

Sujeto a Sujeto a (restricciones del modelo)

$E(R_p) = \sum_{i=1}^{n} w_i * E(R_i) \ \geq \mu_0;$

$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1 \ ;$

$w_i \geq 0 \ (i = 1, \dots, n)$

donde n es el número de activos en el portafolio; Ri es la variable aleatoria rendimiento del activo i; E(Ri) es el rendimiento esperado del activo i; Rp es la variable aleatoria rendimiento del portafolio; E(Rp) es el rendimiento esperado del portafolio; wi es la proporción del presupuesto del inversionista destinado al activo i; $\sigma^2(R_p)$ es la varianza del rendimiento del portafolio; σ_{ij} es la covarianza entre los rendimientos de los activos i y j; y σ_0^2 es la varianza máxima admitida.

El resultado que se busca con el desarrollo del método solver es la construcción de la frontera eficiente del portafolio, para lo cual se siguen los siguientes pasos.

1. Se descargan la serie de datos de los precios de cierre diarios para el periodo que se desee trabajar, en éste caso se tomó información de los 2 últimos años, del 28-feb-

2017 al 28-feb-2019. Esta información está disponible de forma gratuita en páginas de información financiera como yahoo finance o investing.

2. Asegurarse que la información éste ordenada por fecha, desde las más antigua hasta la más reciente.

3. Establecer las rentabilidades diarias de cada uno de los activos, para éste trabajo se hará uso de los retornos logarítmicos, toda vez que, a diferencia de los aritméticos, éstos permiten asumir log-normalidad (lo cual es útil para el supuesto que se debe asumir en la técnica con solver), también permite que los retornos sean aditivos en el tiempo, característica de gran importancia para el cálculo de la volatilidad que al fin y al cabo no deja de ser una sumatoria; la formula logarítmica para el cálculo de retornos es: $R_i = \ln(T_i/T_{i-1})$.

4. Utilizando el complemento de Excel "Análisis de datos" se genera el resumen de estadística descriptiva, este paso es necesario para establecer los valores de media (rentabilidad), varianza y desviación estándar (riesgo).

5. El siguiente paso es normalizar los datos de media y desviación estándar con la función **NORMALIZACION(x, media, desv_estándar),** matemáticamente la normalización se puede hacer utilizando la formula $Z = \frac{X-\mu}{\sigma}$, donde X es el valor que desea normalizar, μ es la media aritmética de la distribución y σ es la desviación estándar de la distribución.

6. Con los datos normalizados se procede a hallar el porcentaje de posibilidad de pérdida mediante el uso de la función **DISTR.NORM.ESTAND(Z),** éste dato está ligado directamente a la desviación estándar, por lo que se espera que a mayor desviación, mayor será la probabilidad de pérdida (a continuación se presenta el resumen de los puntos 4, 5 y 6 para las acciones seleccionadas.

Tabla 10. Resumen de estadísticas acciones

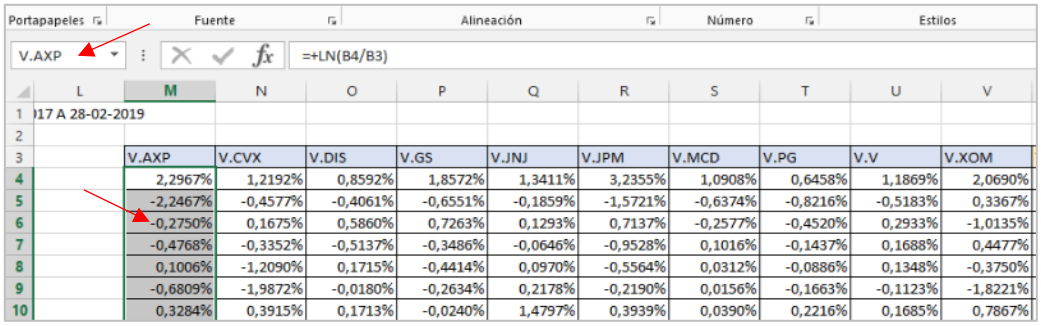
MEDIDA	AXP	CVX	DIS	GS	JNJ	JPM	MCD	PG	V	XOM
RENTABILIDAD	0,06%	0,01%	0,00%	-0,05%	0,02%	0,03%	0,07%	0,02%	0,10%	-0,01%
VARIANZA	0,02%	0,02%	0,01%	0,02%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,02%	0,01%
RIESGO	1,24%	1,27%	1,17%	1,51%	1,13%	1,22%	1,10%	1,01%	1,29%	1,13%
Z	-4,77%	-0,96%	-0,42%	3,06%	-1,97%	-2,30%	-6,57%	-1,55%	-8,02%	0,50%
POSIB. PERDIDA	48,10%	49,62%	49,83%	51,22%	49,22%	49,08%	47,38%	49,38%	46,81%	50,20%

Fuente: Elaboración propia. Datos extraídos de https://finance.yahoo.com/

7. En éste paso se construye la matriz de varianza -covarianza que se requiere para plantear ya sea el modelo primal o el modelo dual de Markowitz, en éste trabajo como se tiene un enfoque al manejo del riesgo se utilizará el modelo dual para la optimización, puede consultar el glosario de términos para mayor información sobre la matriz de covarianza.

Para el caso de éste trabajo se siguieron los siguientes pasos en la construcción de la matriz:

a. Se seleccionan los rangos donde están las rentabilidades para cada acción, sin incluir el encabezado, y en el cuadro de nombres se nombra la serie de datos, usualmente se usa el nombre que tenga en el encabezado.



	V.AXP	V.CVX	V.DIS	V.GS	V.JNJ	V.JPM	V.MCD	V.PG	V.V	V.XOM
4	2,2967%	1,2192%	0,8592%	1,8572%	1,3411%	3,2355%	1,0908%	0,6458%	1,1869%	2,0690%
5	-2,2467%	-0,4577%	-0,4061%	-0,6551%	-0,1859%	-1,5721%	-0,6374%	-0,8216%	-0,5183%	0,3367%
6	-0,2750%	0,1675%	0,5860%	0,7263%	0,1293%	0,7137%	-0,2577%	-0,4520%	0,2933%	-1,0135%
7	-0,4768%	-0,3352%	-0,5137%	-0,3486%	-0,0646%	-0,9528%	0,1016%	-0,1437%	0,1688%	0,4477%
8	0,1006%	-1,2090%	0,1715%	-0,4414%	0,0970%	-0,5564%	0,0312%	-0,0886%	0,1348%	-0,3750%
9	-0,6809%	-1,9872%	-0,0180%	-0,2634%	0,2178%	-0,2190%	0,0156%	-0,1663%	-0,1123%	-1,8221%
10	0,3284%	0,3915%	0,1713%	-0,0240%	1,4797%	0,3939%	0,0390%	0,2216%	0,1685%	0,7867%

Ilustración 8. Procedimiento para nombrar serie de datos. Fuente: Elaboración propia.

b. En la hoja donde se va a realizar el modelo, en dos columnas, una junto a la otra, se copian los nombres dados a los rangos de las rentabilidades en el paso anterior, de tal forma que se puedan comparar las diferentes acciones entre sí, y sin repetición. No es necesario la comparación de una acción por sí misma, ya que este valor corresponde a la varianza, la cual ya fue obtenida en el resumen estadístico. La primera columna será la acción i y la segunda la acción j.

c. Junto a las dos columnas anteriores se crea una tercera cuyo encabezado será la covarianza, para establecer las covarianzas entre las diferentes acciones se hace uso de la función **COVAR** de Excel cuyos argumentos obligados son Matriz uno y Matriz 2. Para cada una de éstas dos matrices solicitadas se anida la función **INDIRECTO**, la cual permite llamar el contenido de una referencia, para éste caso las referencias serán las acciones i y j para la matriz 1 y 2 respectivamente.

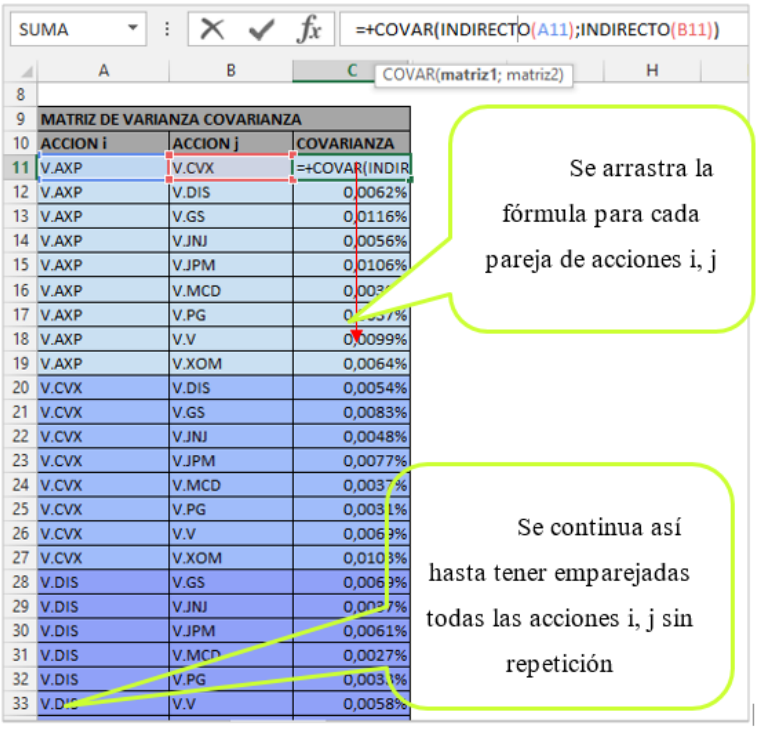


Ilustración 9. Cálculo de covarianzas en Microsoft Excel. Fuente: Elaboración propia

8. Con la matriz de covarianzas estructurada se procede a plantear el modelo requerido para realizar la optimización con solver, el modelo consta de 2 partes, la primera es la ponderación de la inversión y el segundo el resultado del portafolio, es decir, la rentabilidad y el riesgo solución que genere la optimización.

    a. Para la ponderación de la inversión se establecen 5 columnas, en la primera están las n acciones preseleccionadas, en la segunda el porcentaje (peso) de inversión que tendrá cada activo, cuyas celdas se rellenan con ceros inicialmente, en la tercera y cuarta se copian los valores de rentabilidad y varianza obtenidos en el resumen estadístico para cada acción respectivamente y en la quinta columna se eleva al cuadrado el porcentaje de inversión.

Tabla 11. Tabla resumen de ponderación de la inversión

SUMA | =+B60^2

	A	B	C	D	E
58	PONDERACION DE LA INVERSION				
59	ACCION i	% DE INVERSION	RENTABILIDAD	VARIANZA	% INVERSION^2
60	V.AXP	0,0000%	0,0590%	0,0153%	=+B60^2
61	V.CVX	0,0000%	0,0121%	0,0161%	0,0000%
62	V.DIS	0,0000%	0,0049%	0,0138%	0,0000%
63	V.GS	0,0000%	-0,0461%	0,0227%	0,0000%
64	V.JNJ	0,0000%	0,0222%	0,0127%	0,0000%
65	V.JPM	0,0000%	0,0281%	0,0149%	0,0000%
66	V.MCD	0,0000%	0,0476%	0,0114%	0,0000%
67	V.PG	0,0000%	0,0157%	0,0103%	0,0000%
68	V.V	0,0000%	0,1037%	0,0167%	0,0000%
69	V.XOM	0,0000%	-0,0057%	0,0127%	0,0000%
70	TOTAL	0,0000%			

Fuente: Elaboración propia. Datos extraídos de https://finance.yahoo.com/

b. Finalmente para el resultado del portafolio se establecen dos celdas, una para la rentabilidad y otra para el riesgo.

La rentabilidad del portafolio que matemáticamente se define como $E(R_p) = \sum_{i=1}^{n} w_i * E(R_i)$ se traduce en el modelo Excel como la suma producto de los porcentajes de inversión y las rentabilidades, de igual manera el riesgo será la raíz cuadrada de la varianza del portafolio que se ha definido matemáticamente como $\sigma^2(R_p) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} w_i * w_j * \sigma_{ij}$, como en el modelo propuesto tenemos las varianzas separadas de las covarianzas replanteamos la fórmula de la siguiente manera $\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} w_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} w_i w_j \sigma_{ij}}$ de ésta forma el modelo en Excel se traduce como la suma producto de las inversiones al cuadrado y las varianzas, más dos veces la suma producto de las covarianzas, los porcentajes de inversión de la acciones i y los porcentajes de inversión de las acciones j.

Éstas últimas, los porcentajes de inversión w_i y w_j se establecen copiando los valores de porcentaje inversión al frente de las correspondientes acciones en la matriz de varianza covarianza. Como se ve en la siguiente ilustración:

Ilustración 10. Procedimiento para asociar porcentajes de inversión en Microsoft Excel. Fuente: Elaboración propia

A17 | V.AXP

	A	B	C	D	E	F
7						
8						
9	MATRIZ DE VARIANZA COVARIANZA					
10	ACCION i	ACCION j	COVARIANZA	INVERSION % w_i	INVERSION % w_j	
11	V.AXP	V.CVX	0,0069%	0,0000%	0,0000%	
12	V.AXP	V.DIS	0,0062%	0,0000%	0,0000%	
13	V.AXP	V.GS	0,0116%	0,0000%	0,0000%	
14	V.AXP	V.JNJ	0,0056%	0,0000%	0,0000%	
15	V.AXP	V.JPM	0,0106%	0,0000%	0,0000%	
16	V.AXP	V.MCD	0,0039%	0,0000%	0,0000%	
57						
58	PONDERACION DE LA INVERSIÓN					
59	ACCION i	% DE INVERSION	RENTABILIDAD	VARIANZA	% INVERSION^2	
60	V.AXP	0,0000%	0,0590%	0,0153%	0,0000%	
61	V.CVX	0,0000%	0,0121%	0,0161%	0,0000%	
62	V.DIS	0,0000%	0,0049%	0,0138%	0,0000%	
63	V.GS	0,0000%	-0,0461%	0,0227%	0,0000%	
64	V.JNJ	0,0000%	0,0222%	0,0127%	0,0000%	
65	V.JPM	0,0000%	0,0281%	0,0149%	0,0000%	
66	V.MCD	0,0000%	0,0476%	0,0114%	0,0000%	
67	V.PG	0,0000%	0,0157%	0,0103%	0,0000%	
68	V.V	0,0000%	0,1037%	0,0167%	0,0000%	
69	V.XOM	0,0000%	-0,0057%	0,0127%	0,0000%	
70	TOTAL	0,0000%				
71						

9. En éste paso el modelo ya está planteado y lo que sigue es la optimización usando el complemento solver de Excel que normalmente se encuentra en la ficha Datos (si se tiene se debe activar siguiendo la siguiente ruta Archivo-Acciones-Complementos-Complementos de Excel-Solver-Aceptar).

Para generar la simulación, solver exige 4 parámetros a saber, Función objetivo, Resultado de la optimización, las variables a combinar y las restricciones del modelo. Para éste trabajo los parámetros definidos con los siguientes:

a. Función objetivo: Como ya se dijo, éste trabajo está enfocado al manejo del riesgo en la inversión, por tanto el objetivo es la celda donde se formuló el riesgo del portafolio.
b. Resultado de la optimización: Se busca la obtener el mínimo para un nivel de rentabilidad adecuado (minimizar función)
c. Variables a combinar: En éste caso son los porcentajes de inversión de cada acción i.
d. Restricciones: Para ésta investigación se establecen dos restricciones, la primera es que los porcentajes de inversión de cada acción sean iguales o superiores a cero, toda vez que se asume que no habrán operaciones en corto y la segunda, que la suma de las inversiones sean iguales a 1, debido a que se quiere que invertir el 100% del recurso disponible.

Finalmente el modelo queda como se muestra en la siguiente imagen y se utiliza el método de resolución GRG nonlinear debido a que el modelo plantea un problema de optimización no lineal al tener variables al cuadrado.

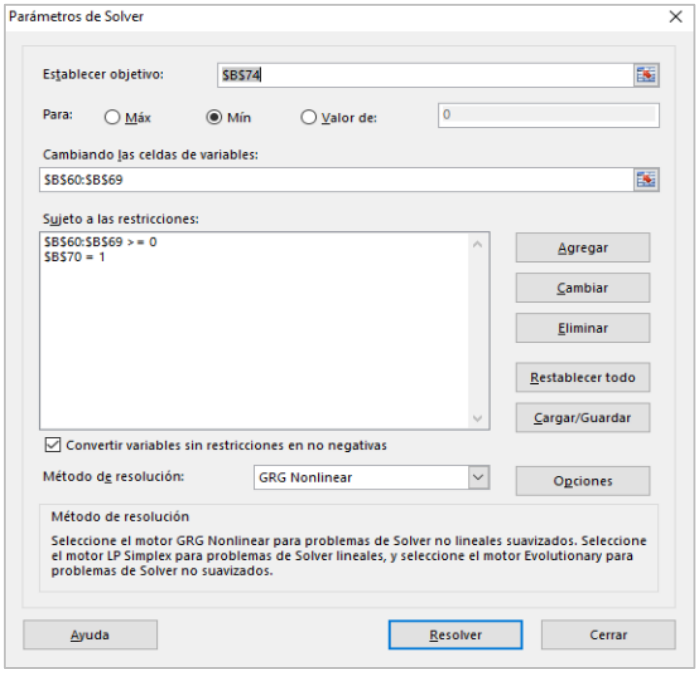


Ilustración 11. Ventana de parámetros en Solver. Microsoft Excel

10. Finalmente con el modelo MES establecido se procede a la construcción de la frontera eficiente, que se puede describir como un conjunto de carteras o soluciones optimas del problema de optimización. Los pasos sugeridos son los siguientes.

    a. Resolver el modelo solver buscando minimizar el riesgo, tal como se planteó en el paso 9. Registrar a parte los valores obtenidos de rentabilidad y Riesgo.

    b. Modificar el problema de solver buscando maximizar la celda de rentabilidad, registrar los valores, en éste punto se tienen los valores límite de la frontera que se busca, es decir los valores de mínimo riego, máxima rentabilidad y viceversa.

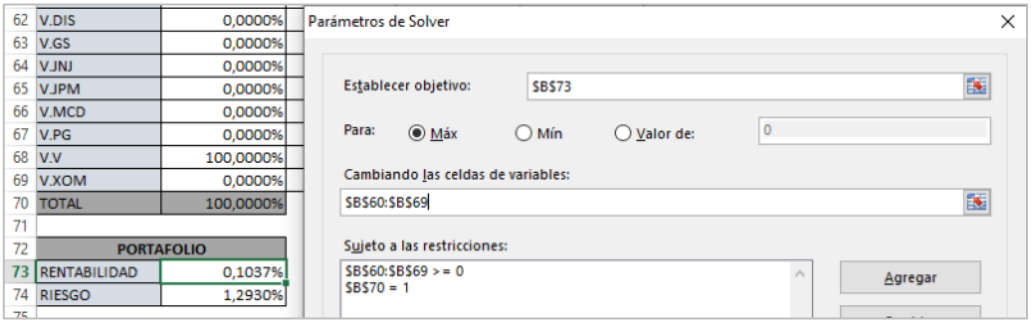


Ilustración 12. Parámetros del modelo en Solver

c. Entre los valores mínimos y máximos que se han registrado se insertan 3 espacios en los cuales se establecen 3 valores de rentabilidad deseados, la elección de éstos valores es a criterio del investigador, lo que se busca es tener más puntos para la conformación de la frontera, para éste trabajo lo que se hizo fue establecer un valor a incremente la rentabilidad desde el límite inferior, de tal manera que la distancia entre los diferentes valores sea la misma, la formula usada es $Valor\ a\ incrementar = (Limite\ Sup. - Limite\ Inf.)/(n+1)$ donde n es el número de valores a insertar.

d. Buscar los valores de riesgo para las rentabilidades obtenidas respectivamente, para lograrlo se inserta una nueva restricción en el modelo de optimización, igualando la celda de rentabilidad del portafolio a la celda donde se encuentra la rentabilidad para la cual se desea encontrar el valor de riesgo correspondiente, ver Ilustración 13.

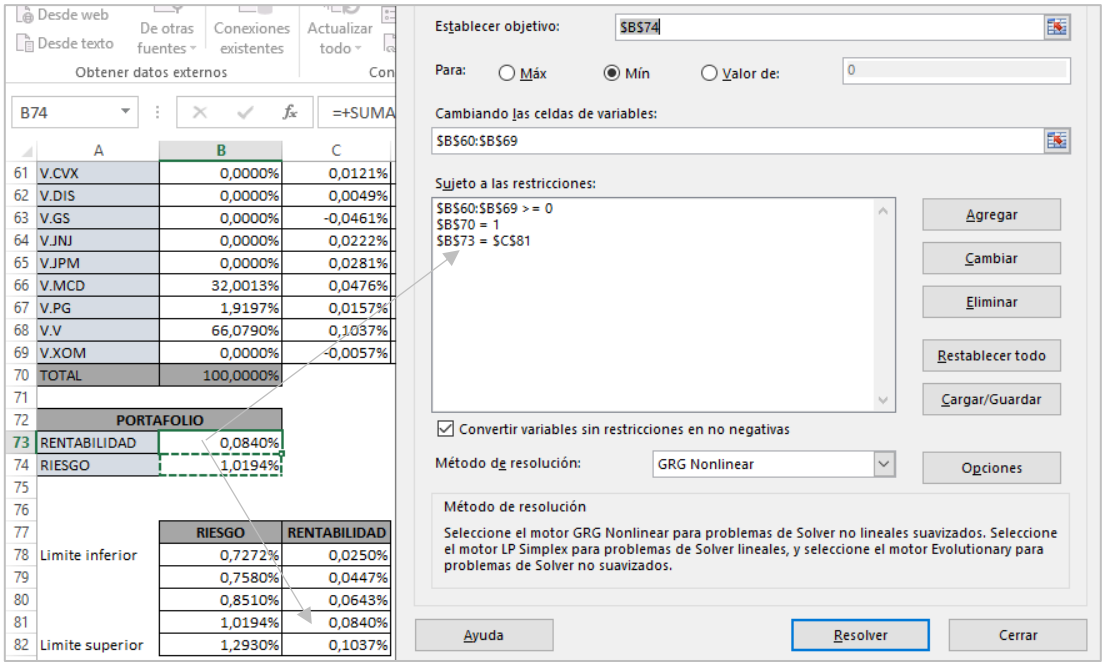


Ilustración 13. Modelo en Solver para calcular el riesgo dada una rentabilidad.

Los valores finalmente obtenidos son los siguientes

Tabla 12. Conformación de la frontera eficiente en modelo Solver

	RIESGO	RENTABILIDAD
Limite inferior	0,7272%	0,0250%
	0,7580%	0,0447%
	0,8510%	0,0643%
	1,0194%	0,0840%
Limite superior	1,2930%	0,1037%

Fuente: Elaboración propia.

e. Insertar un gráfico de dispersión con líneas suavizadas de los valores obtenidos, la rentabilidad debe quedar en la ordenada (eje vertical) y el riesgo en la abscisa (eje x) del gráfico. Sobre el gráfico obtenido buscar la línea de tendencia de tipo polinómica de orden 2 y pedir que se muestren la ecuación y el valor R cuadrado. La siguiente gráfica muestra el resultado obtenido en éste trabajo.

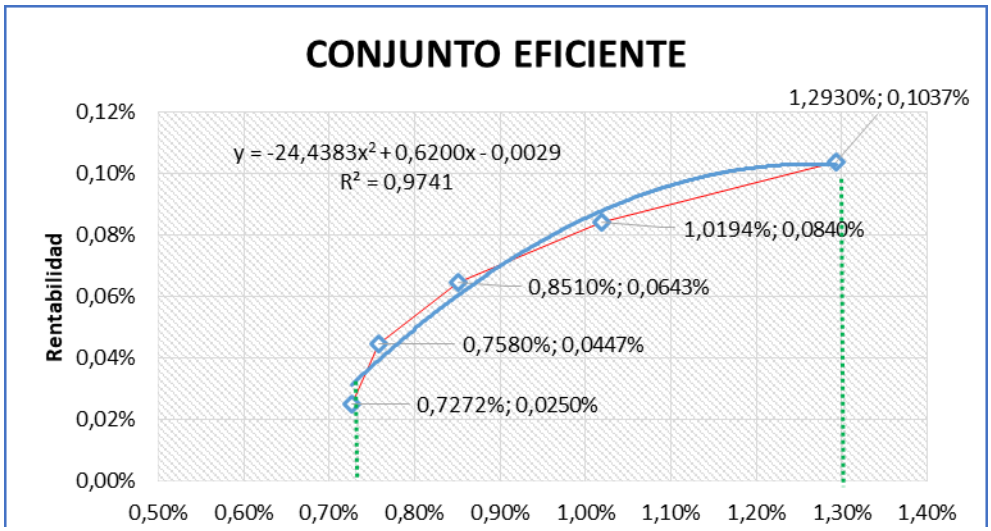


Ilustración 14. Representación gráfica del conjunto eficiente en modelo Solver. Fuente: Elaboración propia.

f. Finalmente, integrando la ecuación del gráfico y resolviendo para los límites superior e inferior se halla el área comprendida bajo la curva.

Tabla 13. Área total bajo la curva del conjunto eficiente.

	Exponentes	2	1	0	
	Coeficientes	-24,4383	0,620	-0,0029	
Li	0,7272%	-3,13211E-06	1,63916E-05	-2,1088E-05	-7,82816E-06
Ls	1,2930%	-1,76101E-05	5,18287E-05	-3,7497E-05	-3,27894E-06

Area Total	0,00000455

Fuente: Elaboración propia

El detalle de este modelo puede ser observado en el archivo anexo de Excel "MODELO_ESTÁTICO_10A.xlsx".

5.2.2. Modelo Dinámico en Risk Simulator (MDRS)

Cuando se resuelve el problema de optimización sin condicionar su rentabilidad, el modelo arroja los siguientes resultados:

Tabla 14. Conformación del portafolio para el mínimo riesgo en modelo Solver

PONDERACION DE LA INVERSION	
ACCION i	% DE INVERSION
V.AXP	0,0000%
V.CVX	2,6739%
V.DIS	13,9585%
V.GS	0,0000%
V.JNJ	10,1536%
V.JPM	8,0060%
V.MCD	23,5119%
V.PG	27,9950%
V.V	4,3102%
V.XOM	9,3908%
TOTAL	100,0000%

PORTAFOLIO	
RENTABILIDAD	0,0250%
RIESGO	0,7272%

Fuente: Elaboración propia.

Tomando en consideración éste resultado, y para facilitar los cálculos de los modelos subsiguientes, se seleccionan las 6 acciones que mayor participación tienen en el modelo MES, a saber; DIS, JNJ, JPM, MCD, PG Y XOM. Si se desea observar en detalle

el procedimiento de optimización del portafolio a través del modelo MES, ver el archivo anexo en Excel “MODELO_ESTÁTICO_6A.xlsx”

Para la construcción del MDRS se resuelven los pasos 1, 2 y 3 que se siguieron para solver, luego se construye la matriz de volatilidades, se hallan los valores promedio ajustados de rentabilidad y varianza, se construye el modelo de optimización con los parámetros estocásticos, se formulan la función objetivo, variables y restricciones, para finalmente correr la simulación y obtener un resultado óptimo. A continuación se describe el proceso.

1. Partiendo de la matriz de rentabilidades se construye una matriz de igual tamaño, cuyos valores serán los cuadrados del error de cada dato de rentabilidad respecto de su media, matemáticamente el planteo es el siguiente: $CE = (\bar{x} - \mu)^2$, ambas matrices deben quedar una contigua a la otra como se muestra en la imagen.

Tabla 15. Matriz de rentabilidades (V.) y Matriz de Volatilidades (VV.)

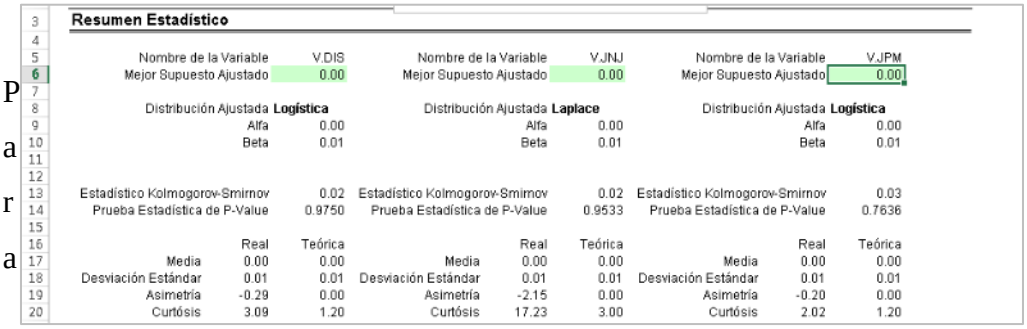
3		V.DIS	V.JNJ	V.JPM	V.MCD	V.PG	V.XOM	VV.DIS	VV.JNJ	VV.JPM	VV.MCD	VV.PG	VV.XOM
490		0,7663%	0,0000%	-0,4422%	0,0113%	-0,6037%	1,0239%	=(I490-I$507)^2	0,0000%	0,0022%	0,0000%	0,0038%	0,0106%
491		-1,1157%	0,0903%	-0,0482%	-0,7859%	0,4914%	-0,4375%	0,0126%	0,0000%	0,0001%	0,0074%	0,0023%	0,0019%
492		-0,4137%	-0,7168%	-1,3196%	-0,5122%	-0,7998%	-0,7736%	0,0018%	0,0055%	0,0182%	0,0034%	0,0066%	0,0059%
493		0,5035%	0,2647%	-1,0013%	-0,3028%	0,5851%	-0,9418%	0,0025%	0,0006%	0,0106%	0,0014%	0,0032%	0,0088%
494		-1,8738%	-0,3026%	-0,4747%	-0,2808%	0,5715%	0,1621%	0,0353%	0,0011%	0,0025%	0,0012%	0,0031%	0,0003%
495		-0,2195%	1,6231%	1,6906%	-0,1666%	1,0024%	1,7392%	0,0005%	0,0256%	0,0276%	0,0006%	0,0097%	0,0304%
496		0,9116%	0,2159%	0,4764%	0,1034%	-0,0202%	1,1210%	0,0082%	0,0004%	0,0020%	0,0000%	0,0000%	0,0127%
497		0,4166%	-0,1042%	-0,6520%	0,9828%	-0,7891%	0,0262%	0,0017%	0,0002%	0,0046%	0,0083%	0,0065%	0,0000%
498		1,7290%	1,5295%	3,0103%	2,3045%	0,0203%	1,8704%	0,0297%	0,0227%	0,0889%	0,0498%	0,0000%	0,0352%
499		0,8138%	-0,5072%	-0,3512%	-0,4009%	1,5217%	0,6669%	0,0065%	0,0028%	0,0014%	0,0022%	0,0227%	0,0045%
500		0,1497%	0,4852%	0,4837%	0,6894%	-0,7126%	0,3828%	0,0002%	0,0021%	0,0021%	0,0038%	0,0053%	0,0015%
501		0,5352%	-0,6844%	-0,2084%	1,2772%	0,5024%	-0,9082%	0,0028%	0,0050%	0,0006%	0,0145%	0,0024%	0,0081%
502		0,8365%	0,8676%	-0,4466%	0,1967%	0,4699%	0,7681%	0,0069%	0,0071%	0,0023%	0,0002%	0,0021%	0,0060%
503		-1,4508%	-0,2933%	1,0422%	-0,3062%	-0,6806%	0,1020%	0,0212%	0,0010%	0,0103%	0,0014%	0,0048%	0,0001%
504		-0,0793%	-0,0661%	-0,7664%	0,3280%	0,2608%	0,2036%	0,0001%	0,0001%	0,0063%	0,0007%	0,0006%	0,0004%
505		-0,6364%	-0,1765%	-0,1235%	0,0818%	-0,9258%	1,0245%	0,0041%	0,0004%	0,0002%	0,0000%	0,0089%	0,0106%
506		0,0532%	0,5651%	-0,7637%	0,2614%	-0,3646%	-0,5552%	0,0000%	0,0029%	0,0063%	0,0004%	0,0014%	0,0030%
507	Promedio	4,9051E-05	0,00022189	0,00028066	0,0007252	0,00015693	-5,6788E-05	0,0137%	0,0127%	0,0148%	0,0122%	0,0103%	0,0127%

Fuente: Elaboración propia.

2. Después de crear el perfil en Risk Simulator, se seleccionan ambas matrices, desplegando la ficha herramientas analíticas se elige la opción ajuste de

distribuciones múltiples, esta acción da como resultado el resumen estadístico de las distribuciones que sigue cada grupo de datos (acciones) tanto para la rentabilidad como para la volatilidad.

3. Para construir el modelo MDRS seguimos los pasos 7 y 8 que se establecieron para el modelo RE, sólo que en la tercera y cuarta columna, se copia el mejor supuesto ajustado obtenido en el ajuste de distribuciones múltiples, es importante hacer el ejercicio de copiar y pegar utilizando las herramientas de Risk, no las usuales, ver imagen:



Resumen Estadístico								
Nombre de la Variable	V.DIS		Nombre de la Variable	V.JNJ		Nombre de la Variable	V.JPM	
Mejor Supuesto Ajustado	0.00		Mejor Supuesto Ajustado	0.00		Mejor Supuesto Ajustado	0.00	
Distribución Ajustada	**Logística**		Distribución Ajustada	**Laplace**		Distribución Ajustada	**Logística**	
Alfa	0.00		Alfa	0.00		Alfa	0.00	
Beta	0.01		Beta	0.01		Beta	0.01	
Estadístico Kolmogorov-Smirnov	0.02		Estadístico Kolmogorov-Smirnov	0.02		Estadístico Kolmogorov-Smirnov	0.03	
Prueba Estadística de P-Value	0.9750		Prueba Estadística de P-Value	0.9533		Prueba Estadística de P-Value	0.7636	
	Real	Teórica		Real	Teórica		Real	Teórica
Media	0.00	0.00	Media	0.00	0.00	Media	0.00	0.00
Desviación Estándar	0.01	0.01	Desviación Estándar	0.01	0.01	Desviación Estándar	0.01	0.01
Asimetría	-0.29	0.00	Asimetría	-2.15	0.00	Asimetría	-0.20	0.00
Curtósis	3.09	1.20	Curtósis	17.23	3.00	Curtósis	2.02	1.20

Ilustración 15. Representación del Resumen Estadístico arrojado por Risk Simulator.

Ilustración 16. Procedimiento de Copiar y Pegar utilizando las herramientas de Risk Simulator.

4. Después de copiar y pegar todos los valores, se procede a establecer los supuestos de entrada de cada uno, para ello, se ubica sobre la celda a trabajar y selecciona la

herramienta “supuesto de entrada en Risk” inmediatamente se abrirá una ventana emergente llamada “propiedades de la simulación”, en ésta ventana se puede consultar información respecto de la distribución que sigue el activo y sus respectivos parámetros. En la parte inferior derecha se hallan los límites de información, que por defecto están entre menos y más infinito, el objetivo es acotar los límites de la simulación, para lo cual se debe habilitar la casilla y se trae el dato máximo y mínimo de cada activo, éste paso se debe repetir para cada dato de rentabilidad y varianza en el modelo.

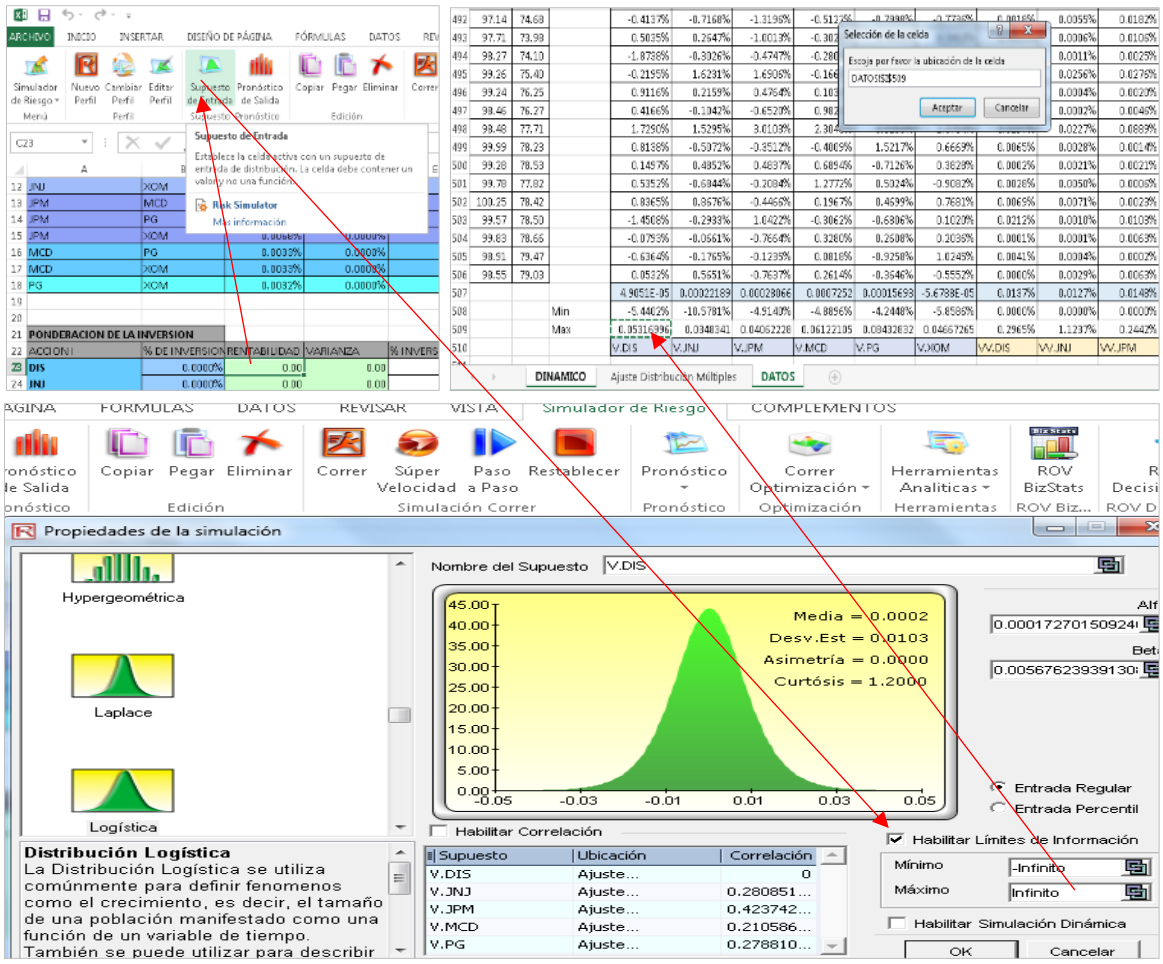


Ilustración 17. Procedimiento para establecer los límites de la simulación en Risk Simulator.

5. El paso siguiente es crear las variables del modelo de optimización en el complemento Risk. Al igual que en el MES, se requiere establecer, la celda objetivo, las restricciones y las variables de decisión, los pasos en Risk son los siguientes:

   a. Celda Objetivo: El objetivo en éste trabajo es minimizar el riesgo, obteniendo la mejor rentabilidad posible, lo que se hace es desplegar la herramienta "Correr Optimización" y seleccionar la opción Objetivo de Optimización, se abrirá una ventana emergente que permite indicar si se desea Minimizar o Maximizar y permite además seleccionar la celda donde se encuentra la función objetivo, para éste trabajo el objetivo es minimizar el riesgo, para lo cual se selecciona la celda donde se encuentra la función establecida.

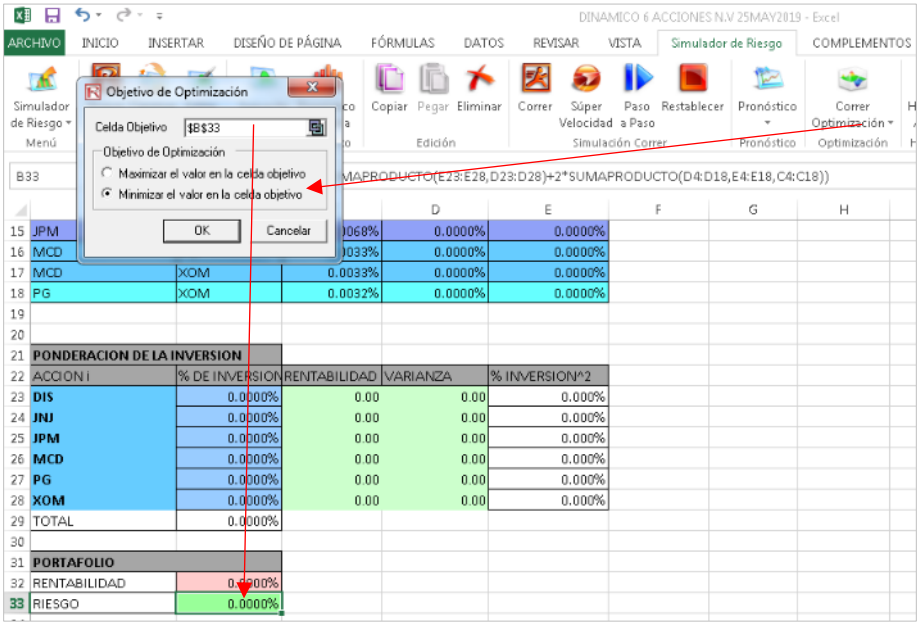


Ilustración 18. Procedimiento Objetivo de Optimización en Risk Simulator

   b. Variables de decisión: Claramente las variables de decisión para éste modelo son los porcentajes de inversión que la optimización deberá asignar a cada

activo, para ello, nuevamente se despliega la herramienta de optimización, se selecciona la función variables de decisión y se abrirá una ventana emergente en la cual lo que se hace es llamar una a una las celdas de % de inversión, establecer el tipo de variable, para éste caso continua y definir los limites, para los propósitos de éste trabajo se requiere que sea no negativo y que no sobrepase el 100%, por lo que el rango es de 0 a 1

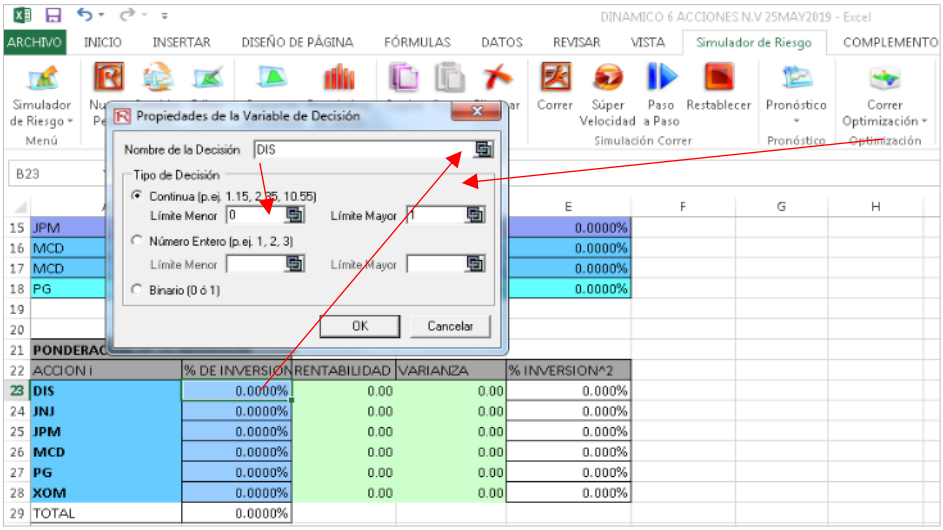


Ilustración 19. Procedimiento para establecer las variables de decisión en Risk Simulator.

c. Restricciones: Dado que ya las variables de decisión han sido acotadas entre 0 y 1, la única restricción que se requiere es que la suma de las participaciones asignadas sea igual a 1 (100%). Como en los pasos anteriores se abre la ventana de restricciones desde la herramienta de optimización, se selecciona agregar y se llama la celta del total de inversión, igualándola a 1.

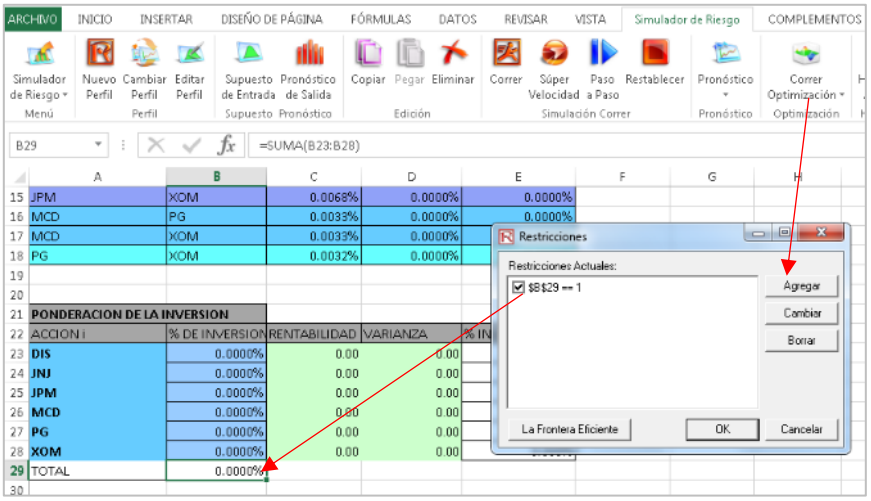


Ilustración 20. Procedimiento para establecer las restricciones del modelo en Risk Simulator.

6. Dentro de las opciones de Optimización en Risk se encuentra la posibilidad de acceder al resumen de la optimización y revisar la estadística con la que se están tratando los datos, para el caso de éste estudio, interesa redefinir la estadística para los valores correspondientes a la varianza, dado que por defecto Risk les asigna a todos la media.

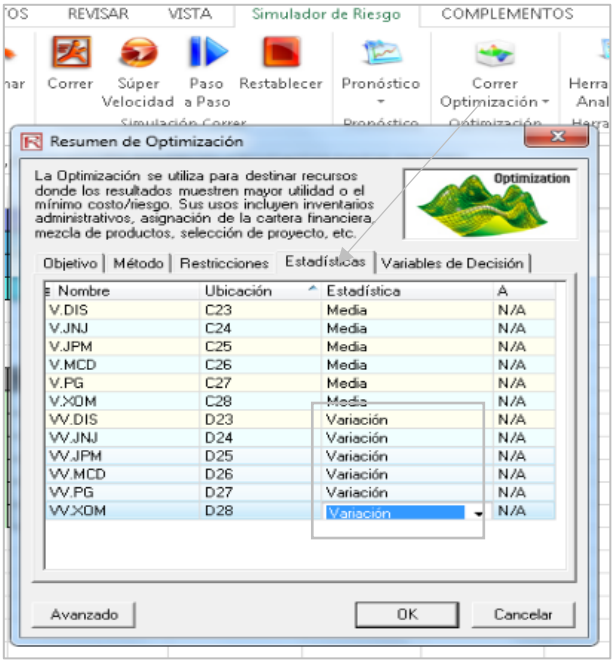


Ilustración 21. Procedimiento para redefinir la estadística para los valores de varianza en Risk Simulator

7. Por último, en el cuadro resumen, se selecciona el método de optimización, que para el caso particular de ésta investigación se ha establecido que es el dinámica y se asigna al modelo el número de pruebas de la simulación, dependiendo de la complejidad del modelo el investigador establece éste valor, entre más alto sea, mayor confiabilidad tendrá el resultado pero el proceso será más lento.

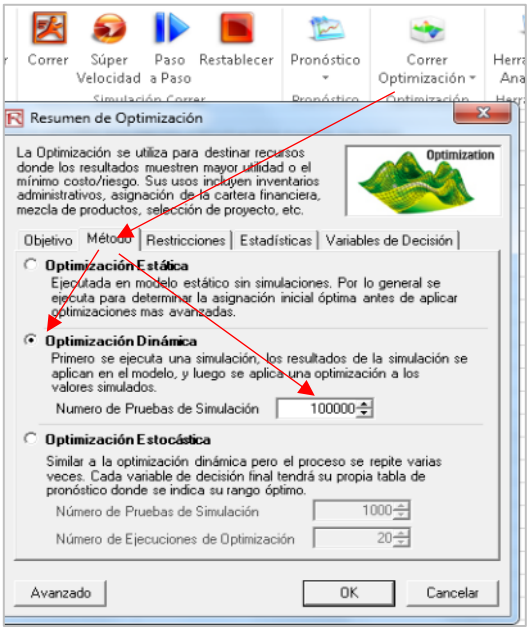


Ilustración 22. Procedimiento para establecer el método de optimización en Risk Simulator.

8. El complemento Risk, inmediatamente se le dé la instrucción, iniciará un proceso de iteraciones y generación de escenarios aleatorios equivalente al número de pruebas que se hayan definido, para por fin arrojar un el mejor resultado obtenido por él software.

Tabla 16. Conformación del portafolio de inversión óptimo obtenido mediante el Método Dinámico en Risk Simulator (MDRS)

PONDERACION DE LA INVERSION				
ACCION i	% DE INVERSION	RENTABILIDAD	VARIANZA	% INVERSION^2
DIS	0,0000%	0,01959%	0,00001%	0,000%
JNJ	0,0000%	0,04232%	0,00000%	0,000%
JPM	0,0000%	0,01233%	0,00001%	0,000%
MCD	99,9990%	0,06357%	0,00001%	99,998%
PG	0,0000%	0,02243%	0,00001%	0,000%
XOM	0,0000%	0,03506%	0,00001%	0,000%
TOTAL	100,00%			

PORTAFOLIO	
RENTABILIDAD	0,0636%
RIESGO	0,0324%

Fuente: Elaboración propia

Además, aparece una representación del resultado de la optimización a través de Risk Simulator. Es conveniente tomar una captura de pantalla ya que aparece como una ventana emergente:

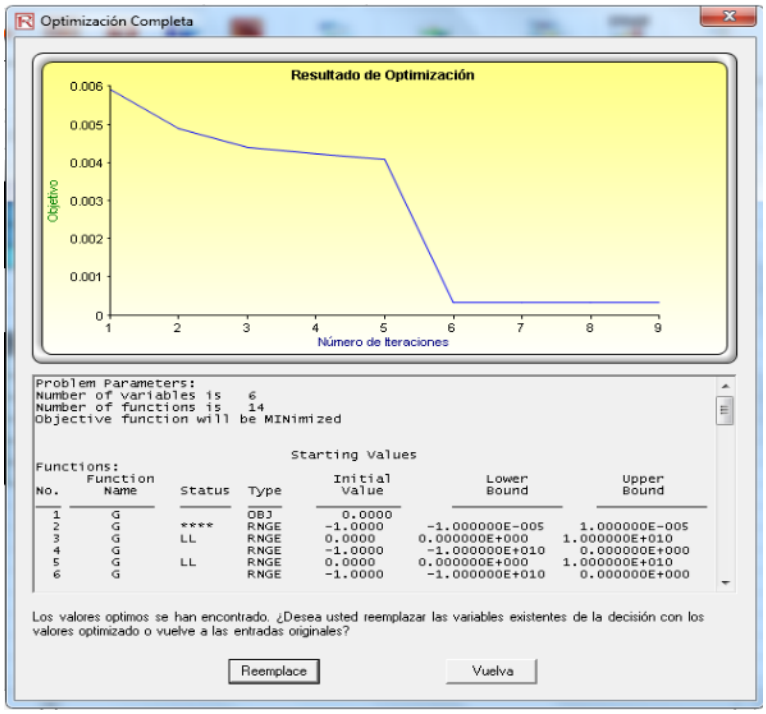


Ilustración 23. Resultado de la Optimización en Risk Simulator.

Los resultados en profundidad de este método pueden observar en el archivo adjunto de Excel “MODELO_DINAMICO.xlsx”

Como es observable, el método de resolver el problema de carteras de Markowitz a través de un modelo dinámico con el complemento Risk Simulator, plantea un importante avance frente al modelo estático MES, toda vez que no asume normalidad para todos los activos, sino que trabaja con la distribución que mejor se ajusta a cada grupo de datos, además el MDRS trabaja con variables aleatorias, combinando un método no determinista como el Montecarlo para la generación de escenarios con la metodología de Branch and Bound para hallar el valor óptimo. Sin embargo, se evidencia que tiene aspectos no deseables, como el hecho de requerir un software especializado, y más importante aún, que

sólo permite visualizar un óptimo global, por lo que el inversionista pierde la oportunidad de contemplar otras opciones que quizás sean más acordes a sus deseos o a su perfil de riesgo y el investigador no cuenta con información suficiente para elaborar la frontera eficiente.

Por lo anterior, éste trabajo se plantea explorar otras opciones que permitan superar los aspectos no deseados del anterior modelo, conservando los aspectos positivos, se propone así, el modelo genético para solución del problema de carteras.

5.2.3. Modelo basado en Algoritmo Genético

Según Fernandez, Valle y Lizola (2019), “la aplicación de algoritmos genéticos sirve como apoyo a los inversionistas en la selección óptima de acciones que conforman un portafolio de inversión diversificado, con la finalidad de obtener el máximo rendimiento posible”.

El algoritmo genético sobre el cual se propone realizar el modelo, es una técnica para solucionar problemas de distinta índole imitando la evolución biológica, la propuesta básica es elaborar una función fitness que asociada al riesgo del portafolio permita evaluar la aptitud de cada activo (individuo) frente a la solución buscada, el valor de aptitud se expresa en valores binarios llamados genotipo para luego seleccionar la primera generación de padres, mediante operadores genéticos se cruzan y mutan las distintas generaciones buscando cada vez poblaciones de individuos con mejores características (fenotipo). A continuación se observa una representación del proceso que se lleva a cabo en el algoritmo genético:

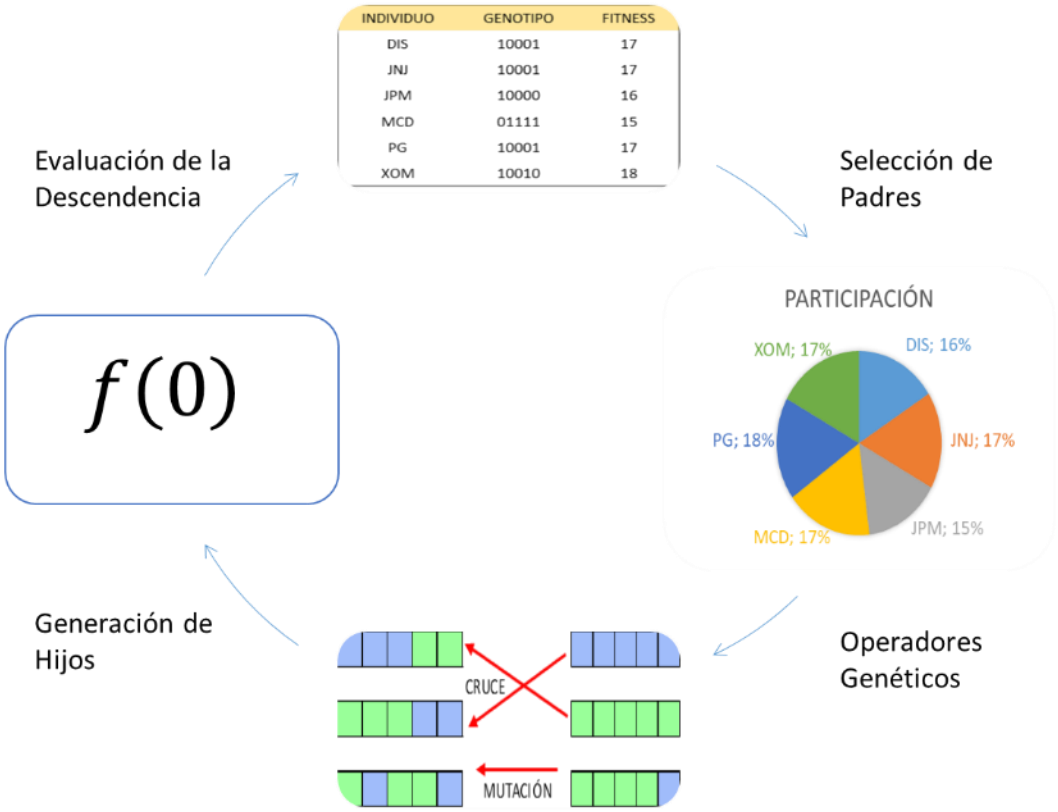
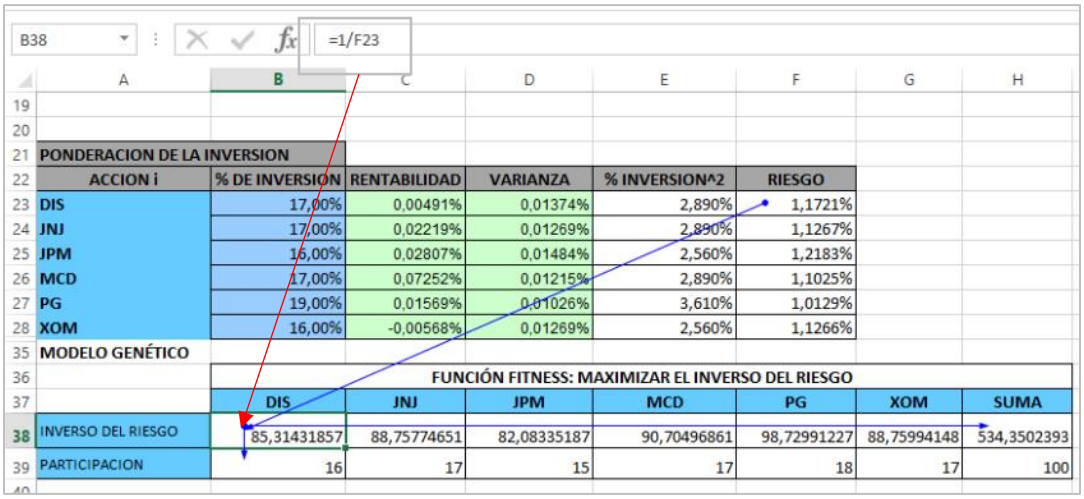


Ilustración 24. Representación del proceso de iteraciones del Algoritmo Genético. Fuente: Elaboración propia

Usualmente los algoritmos genéticos incluyen una condición de término que indica en que momento deben de detenerse las iteraciones, para el propósito de éste trabajo se busca generar 100.000 poblaciones que deben quedar registradas en una tabla de datos, para luego extraer de allí aquellas que cumplan con la condición de que la inversión sea del 100%, por último, con las poblaciones seleccionadas se procede a crear el conjunto eficiente.

El modelo MAG planteado en éste trabajo puede ser construido a partir de los modelos MES o MDRS y claramente dependerá de si el inversionista cuenta o no con el complemento Risk Simulator, el proceso que será descrito a continuación se realiza a partir del modelo MDRS.

1. Diseño De La Función Fitness: Llamada también función de aptitud, es una expresión que evalúa a cada individuo de acuerdo una característica deseada en su genética e indica que tan bueno es con respecto a los demás. Como se ha mencionado antes, el enfoque de éste trabajo es buscar portafolios óptimos con mínimo riesgo, por lo tanto la función fitness debe evaluar dicho comportamiento en los individuos (portafolio), por la naturaleza misma de los algoritmos evolutivos, es más fácil plantear la función en términos de maximización, en éste orden de ideas se define una expresión que maximice el inversor del riesgo, es decir, $FF = Max\left(\frac{1}{\sigma}\right)$ donde σ es la desviación estándar de cada acción; adicionalmente, para establecer comparativamente que individuos tienen el mejor fitness, se suman todos los valores obtenidos y se halla la participación de cada uno, entre mayor sea ésta, menor será su riesgo, como es el caso de la acción PG.



B38 =1/F23

	A	B	C	D	E	F	G	H
19								
20								
21	PONDERACION DE LA INVERSION							
22	ACCION i	% DE INVERSIÓN	RENTABILIDAD	VARIANZA	% INVERSION^2	RIESGO		
23	DIS	17,00%	0,00491%	0,01374%	2,890%	1,1721%		
24	JNJ	17,00%	0,02219%	0,01269%	2,890%	1,1267%		
25	JPM	16,00%	0,02807%	0,01484%	2,560%	1,2183%		
26	MCD	17,00%	0,07252%	0,01215%	2,890%	1,1025%		
27	PG	19,00%	0,01569%	0,01026%	3,610%	1,0129%		
28	XOM	16,00%	-0,00568%	0,01269%	2,560%	1,1266%		
35	MODELO GENÉTICO							
36		FUNCIÓN FITNESS: MAXIMIZAR EL INVERSO DEL RIESGO						
37		DIS	JNJ	JPM	MCD	PG	XOM	SUMA
38	INVERSO DEL RIESGO	85,31431857	88,75774651	82,08335187	90,70496861	98,72991227	88,75994148	534,3502393
39	PARTICIPACION	16	17	15	17	18	17	100

Ilustración 25. Diseño de la función fitness.

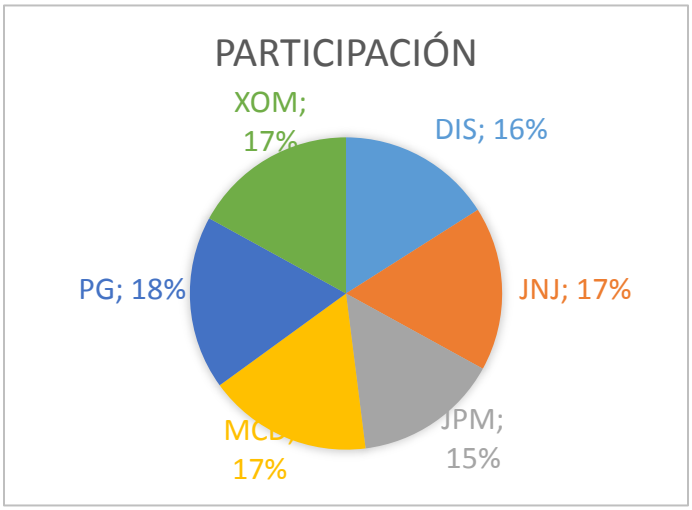


Ilustración 26. Participación de cada gen de acuerdo a su aptitud. Fuente: Elaboración propia

2. Selección de los Padres: Corresponde a la primera generación y contienen las características iniciales del problema, para los propósitos de éste trabajo se realiza un proceso basado en la función de selección proporcional $F\bar{p} = \frac{I_i}{\sum_{i=1}^{n} I_i}$ que de acuerdo con la proporción de participación de cada individuo en la función objetivo los ordena de mayor a menor (padres) y de menor a mayor (madres), esto permitirá obtener un dividuo mejorado como se verá más adelante en éste texto.

3. Codificación: Aunque no necesariamente siempre es así, en los algoritmos genéticos se estila codificar las aptitudes de los individuos con el alfabeto binario {0,1}, a la ristra de ceros y unos que representa a cada individuo se le llama cromosoma y cada valor es un gen. En ésta investigación se hace uso de la función DEC.A.BIN de Excel para representar las participaciones de cada acción en forma binaria, la

sintaxis de la función es DEC.A.BIN(número, [caracteres]) y los argumentos utilizados son los siguientes:

- Numero: De carácter obligatorio, es el valor de participación de cada gen según la función fitness.
- Caracteres: Opcional en Excel, por comodidad se trabaja en ésta caso con 5 caracteres, uno menos que el número de individuos.

Tabla 17. Selección de Padres y Codificación Binaria

GENES PADRE (MIN RIESGO)	CROMOSOMA PADRE (INVERSION)	REPRESENTACIÓN BINARIA	GENES MADRE (MAX RIESGO)	CROMOSOMA MADRE (INVERSION)	REPRESENTACIÓN BINARIA
PG	18	10010	JPM	15	01111
MCD	17	10001	DIS	16	10000
XOM	17	10001	JNJ	17	10001
JNJ	17	10001	XOM	17	10001
DIS	16	10000	MCD	17	10001
JPM	15	01111	PG	18	10010

Fuente: Elaboración propia

4. Cruzamiento Primera Generación: Como se mencionó antes, después de seleccionados los padres, se aplican operadores de cruzamiento para obtener la segunda generación, el objetivo del cruzamiento es obtener un nuevo individuo que en su fenotipo tenga las características deseables de cada padre, para éste primer cruzamiento se aplica la función de prueba lógica llamada Si Condicional, que evalúa a ambos padres y llama el cromosoma de aquel con mayor valor en la función de aptitud. Finalmente, se utiliza la función BIN.A.DEC para convertir nuevamente el valor binario a decimal.

Tabla 18. Cruzamiento Primera Generación

CRUZAMIENTO PADRES	CONVERSION DECIMAL	AJUSTE ESCALA DE 100
=SI(B43>E43;C43;F43)	18	17,31
10001	17	16,35
10001	17	16,35
10001	17	16,35
10001	17	16,35
10010	18	17,31
	104	100

Fuente: Elaboración propia

5. Segunda generación: Para la segunda generación se elige como padre al individuo cuyos genes fueron el resultado del cruzamiento de la primera generación (hijo 1), y la madre (hijo 2) es el resultado de un proceso aleatorio que genera números enteros entre {1, 6}, a dichos números se asigna una única posición jerárquica que luego es comparada con la posición de los genes del hijo 1. En la práctica, las funciones usadas en Excel son las siguientes:

- Para generar los números aleatorios en el conjunto {1, 6}: Función ALEATORIO.ENTRE(1;6)
- Para jerarquizar los números generados: Función JERARQUIA(número;referencia)+CONTAR.SI(rango;criterio)-1, donde el numero hace referencia al generado aleatoriamente y la referencia es el conjunto de números igualmente generados, el segundo término es un factor de corrección que elimina las relaciones entre posiciones jerárquicas cuando el numero esta repetido.
- Para comprar la posición y obtener la nueva composición genética: Función
- BUSCAR(valor_buscado, vector_de_comparación, [vector_resultado]) donde el valor a buscar es la posición jerarquizada, el vector de comparación es la

posición de los genes del hijo 1 y el vector resultado son los genes correspondientes.

GENERACION DE HIJOS					
GENES HIJO 1	BINARIO	POSICION GEN HIJO 1	SELECCIÓN HIJO 2	POSICIÓN GENES SIN REPETIR	GENES HIJO 2
PG	10010	1	4	2	MCD
MCD	10001	2	5	1	PG
XOM	10001	3	4	3	XOM
JNJ	10001	4	1	5	DIS
DIS	10001	5	1	6	JPM
JPM	10010	6	4	4	JNJ

Ilustración 27. Generación Hijos 1 y 2

6. Cruzamiento segunda generación: Se utiliza en éste caso un operador de cruzamiento basado en un punto con asignación de corte aleatoria, como se indicó en el punto 3, el fenotipo se representa mediante una ristra de ceros y unos (codificación binaria) y el objetivo del operador es partir la cadena en uno de sus puntos, en el caso de los cromosomas del padre toma la parte a la izquierda del corte y en el caso de la madre toma la parte de la derecha.

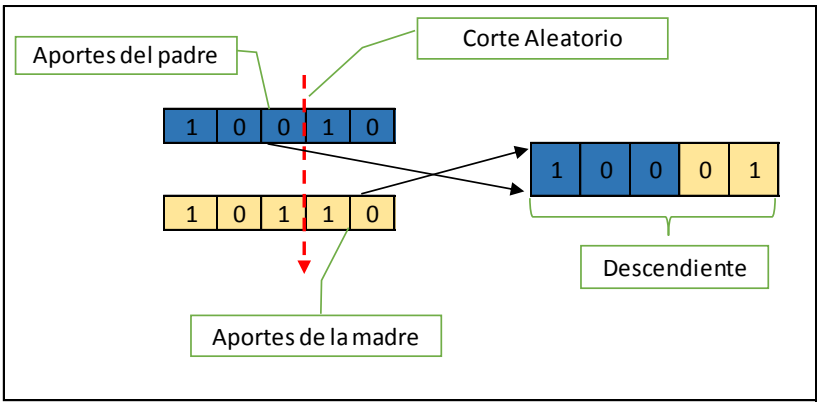


Ilustración 28. Operador de cruce basado en un punto. Fuente: Elaboración propia

El proceso anterior se realiza de la siguiente manera utilizando las funciones de Excel:

- Se crea el punto de corte de los cromosomas padre de manera aleatoria con la función ALEATORIO.ENTRE(1;4), dado que la cadena binaria es de 5 dígitos se restringe la generación de 1 a 4 para garantizar que al menos se incorpore un digito de la madre.
- Se extrae de los cromosomas padre tantos caracteres como lo indique el numero generado en el paso anterior a partir de la posición 1, una función apropiada para éste proceso es EXTRAE(texto; posición_inicial; núm_de_caracteres).
- Si llamamos n al número de dígitos extraídos del padre, haciendo uso de la función DERECHA(texto;[núm_de_caracteres]) se extrae de los cromosomas madre 5-n caracteres.
- Luego, se unen los dígitos extraídos de ambos progenitores para dar vida a la nueva criatura, una función adecuada es CONCATENAR(Texti1;Texto2;Texto3;..).
- Finalmente se convierten las cadenas de dígitos en números decimales y se ajusta a escala de 100 para evaluar el portafolio parcialmente, según el fitness obtenido.

7. Mutaciones en el nuevo individuo: De acuerdo con (Davis, 1985), la mutación proporciona un pequeño elemento de aleatoriedad en la vecindad (entorno) de los individuos de la población. Schaffer y col. (1989) encuentran que el efecto del cruce en la búsqueda es inferior al que previamente se esperaba; utilizan la llamada *evolución primitiva,* en la cual, el proceso evolutivo consta solamente de selección y mutación, y encuentran que es superior a la evolución dada únicamente por selección y cruce.

Por lo anterior, se decide incluir para el desarrollo de éste trabajo un operador de mutación que básicamente lo que hace es tomar al azar dos genes del individuo y modificarlos, a uno de los genes se adiciona una unidad y al otro se le

sustrae igualmente una unidad. Por facilidad, las mutaciones propuestas se aplican sobre los genes expresados en su forma decimal, luego se convierten nuevamente a binario.

La praxis para desarrollar el operador de mutación fue la siguiente:

- Se identifican las acciones de 1 a 6 en orden ascendente
- Se trae del punto 6 la última ponderación decimal ajustada a escala de 100 obtenida.
- De forma aleatoria se genera un número entre 1 y 6, éste selecciona la acción que será mutada aumentando una unidad.
- Se repite el paso anterior para seleccionar la acción a mutar restando una unidad.
- En ambos casos se utiliza la función BUSCAR(valor_buscado; vector_de_comparación;[vector_resultado]), para traer las acciones seleccionadas respectivamente y poder visualizarlas en pantalla.
- Se efectúa la mutación de los genes seleccionados, para ello se ejecuta una comparación lógica que genere un 1 o un -1 sólo cuando aparezcan las acciones seleccionadas. Lo más indicado para realizar la comparación es anidar la función SI dentro de otra similar, de tal modo que evalúe ambas acciones.

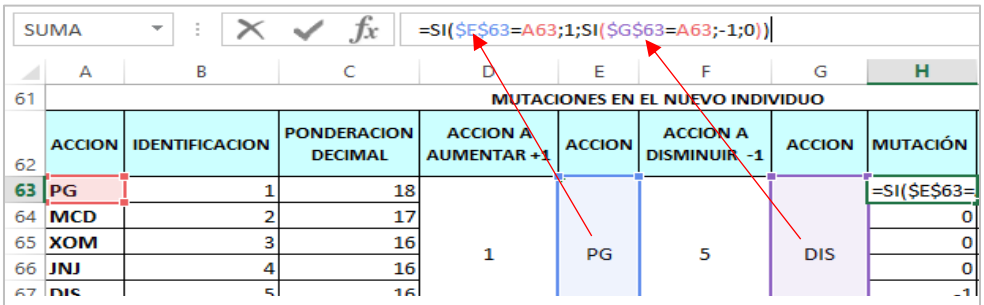


Ilustración 29.Fórmula anidada para generar la mutación en el gen. Fuente: Elaboración propia

- Por último, se aplica la mutación a la ponderación decimal inicial para obtener una nueva ponderación y se expresa ésta en su forma binaria.

MUTACIONES EN EL NUEVO INDIVIDUO									
ACCION	IDENTIFICACION	PONDERACION DECIMAL	ACCION A AUMENTAR +1	ACCION	ACCION A DISMINUIR -1	ACCION	MUTACIÓN	NUEVA PONDERACION DECIMAL	NUEVA PONDERACION BINARIA
PG	1	17					0	17	10001
MCD	2	16					0	16	10000
XOM	3	17	6	JPM	4	JNJ	0	17	10001
JNJ	4	16					-1	15	01111
DIS	5	16					0	16	10000
JPM	6	18					1	19	10011
								100	

Ilustración 30. Estructura en Excel del operador de mutación

8. Ahora que se cuenta con un nuevo espécimen mutado, se procede a conformar el portafolio con los nuevos valores de ponderación decimal, es importante anotar que no todas las sumatorias de las ponderaciones dará exactamente 100, por lo que de las poblaciones que se generarán más adelante se deberá descartar aquellas que no cumplan éste criterio. Como se mencionó al inicio del desarrollo de éste modelo, el portafolio se confirma con la misma estructura con la que se realizó el MDRS.

9. Generación de poblaciones: Una de las grandes ventajas del MAG es que permite generar y visualizar n poblaciones, lo que constituye un insumo fundamental para el análisis de la metodología y además para graficar el conjunto eficiente, para éste trabajo se decide generar 100.000 iteraciones, es preciso indicar que a mayor número de poblaciones, mayor será la probabilidad de llegar al optimo global, sin embargo, se requiere mayores recursos para conseguirlo, por ejemplo, en éste caso, es el tiempo de espera. Los pasos seguidos son los siguientes:

- En una nueva hoja, en la primera columna, se genera una secuencia numérica de 1 hasta 100.000 partiendo de la segunda fila, un truco para hacerlo de forma fácil es en la ficha inicio, opción rellenar, series de relleno.

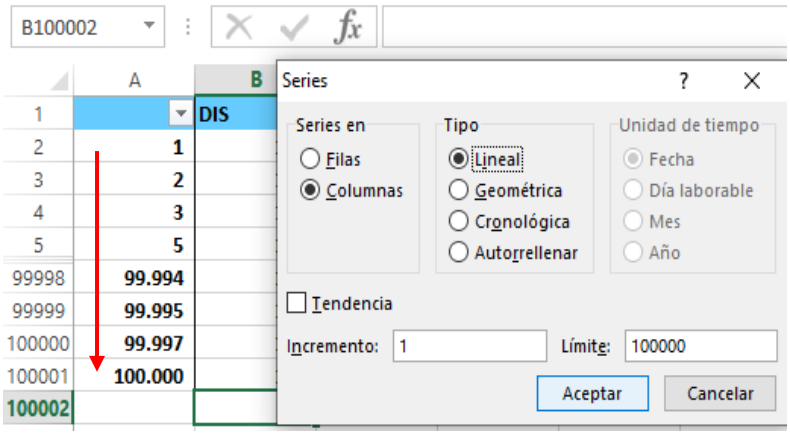


Ilustración 31. Generación de series numéricas de Excel

- Ahora, en la primera fila, a partir de la columna B, se escriben las diferentes acciones, la inversión total, la rentabilidad, el riesgo y el criterio de selección, la idea es que debajo de cada uno se llame la celda del valor correspondiente en el portafolio, y para el criterio, se aplica una prueba

lógica simple que evalúe la inversión total y si es igual a 100% genere un 1, de lo contrario un cero.

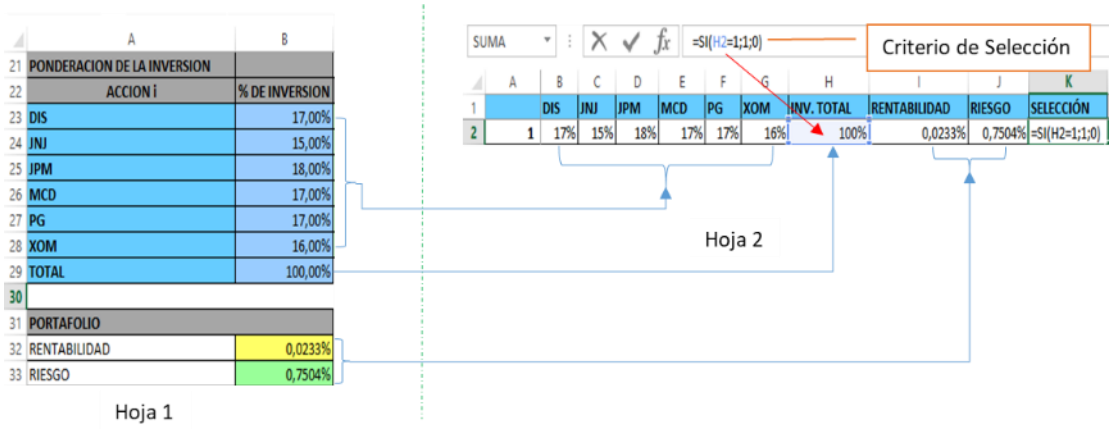
- 

Ilustración 32. Formulación inicial para generar poblaciones.

- Con el encabezado y la serie lista, el paso que sigue es generar los 100.000 portafolios o poblaciones, para lograrlo lo más viable es usar la herramienta "Tabla de datos" del menú datos, que permite ver el resultado de múltiples entradas al mismo tiempo, simplemente se selecciona desde la segunda fila todas las columnas que contienen las formulas hasta la fila 100.001 donde termina la serie, la entrada de datos es en columna y el punto pivote cualquier celda fuera del rango seleccionado.

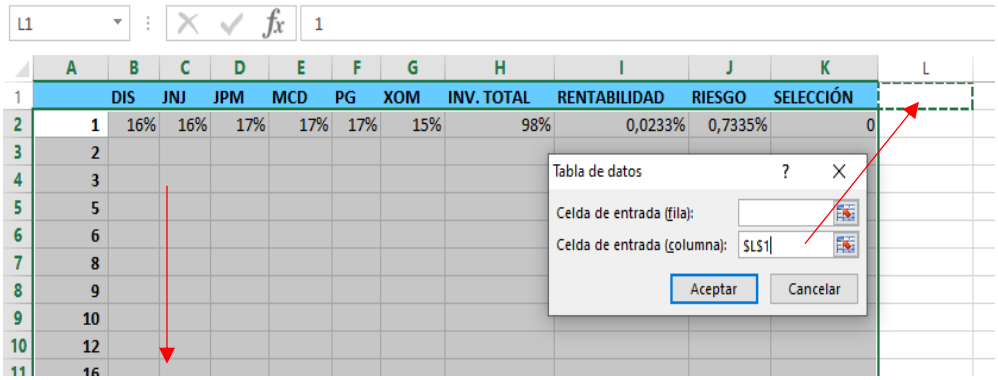


Ilustración 33. Herramienta "Tabla de Datos" para generar n poblaciones

- Ya con las poblaciones generadas, se procede a filtrar aquellas que cumplen con la condición de invertir el 100% de los recursos, y se pegan en otra hoja, dado que se está trabajando con valores aleatorios, conviene copiar y pegar como valores las primeras poblaciones generadas en la tabla de datos.

- El siguiente paso es graficar los puntos seleccionados y de forma gráfica o analítica identificar los puntos que conforman la frontera eficiente (aquellos puntos con menor riesgo o mayor rentabilidad que todos aquellos a su derecha). Dichos puntos se extraen a parte y se agregan al gráfico inicial para visualizar la frontera a través de la línea de tendencia.

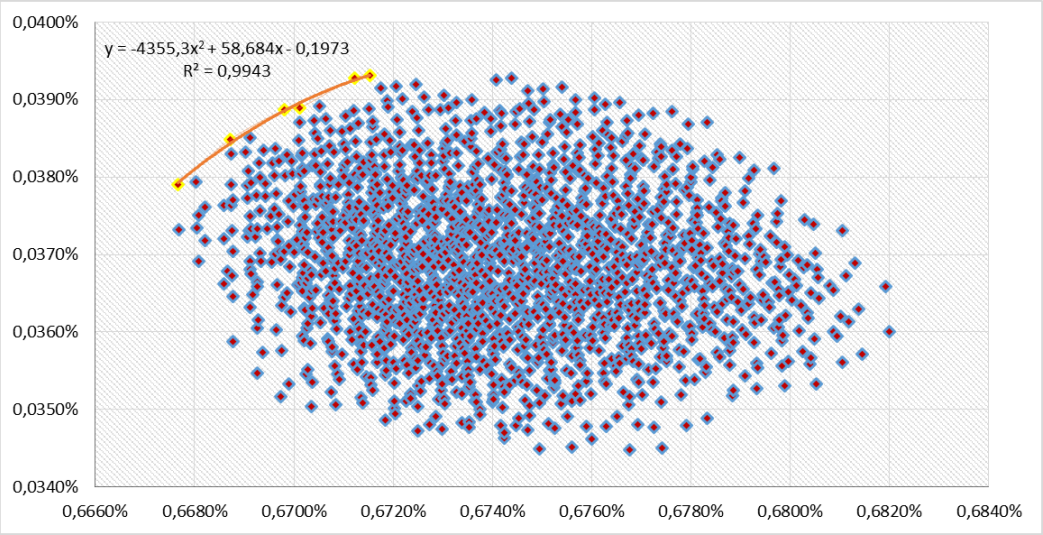


Ilustración 34. Conjunto eficiente del modelo Algoritmo Genético. Fuente: Elaboración propia.

Tabla 19. Puntos que conforman la Frontera Eficiente

RIESGO	RENTABILIDAD
0,6677%	0,0379%
0,6687%	0,0385%
0,6698%	0,0389%
0,6701%	0,0389%
0,6712%	0,0393%
0,6715%	0,0393%

Fuente: Elaboración propia.

- Finalmente, integrando la ecuación del gráfico y resolviendo para los límites superior e inferior se halla el área comprendida bajo la curva.

Tabla 20. Área total bajo la curva de la Frontera Eficiente

	Exponentes	2	1	0	
	Coeficientes	-4355,3	58,684	-0,1973	
Li	0,6677%	-0,00043208	0,00130799	-0,0013173	-0,000441394
Ls	0,6715%	-0,00043964	0,0013232	-0,00132493	-0,00044138

Área Total	0,00000001

Fuente: Elaboración propia

Para más detalles, en el archivo “MODELO_GENÉTICO.xlsx” puede observarse el desarrollo de la optimización del portafolio en Excel.

Hasta el momento se han revisado tres modelos diferentes y se ha ido avanzando en cada uno de ellos, buscando evolucionar en cada nueva propuesta, el modelo basado en el algoritmo genético proporciona algunas ventajas sobre sus antecesores, a saber: ofrece un conjunto eficiente, permite visualizar las n poblaciones generadas, la frontera eficiente arroja mejores resultados respecto de la obtenida en el MES y no requiere de un software especializado.

A pesar de lo anterior, el MAG puede presentar una deficiencia en su resultado, puesto que sólo contempla valores enteros en los pesos de inversión que genera y a pesar de que se puede manipular su genética, no permite establecer un valor de rentabilidad para que el modelo arroje el mínimo riesgo requerido. Para dar respuesta a las dificultades anteriores, se plantea, en ésta investigación, resolver el problema de carteras a través del uso de multiplicadores de LaGrange, que permite introducir nuevas variables al modelo a cambio de eliminar algunas restricciones.

5.2.4. Modelo de Multiplicadores de Lagrange

Una de las restricciones que tienen los tres modelos descritos anteriormente es que no incluyen operaciones en corto para la optimización del portafolio. A través del método los multiplicadores de Lagrange si se pueden incluir este tipo de operaciones.

Además, los multiplicadores de Lagrange permiten hacer un análisis de sensibilidad. Según (Cruz, Medina & Salazar, 2013), “el análisis de sensibilidad aplicado en el mercado de acciones, permite establecer el cambio que se presentan en las diversas opciones de portafolios a leves cambios en la rentabilidad o riesgo, con esto se tiene mayor precisión en la elección del mejor portafolio de acuerdo a las preferencias del inversor de maximizar la retabilidad y/o minimizar el riesgo”.

A continuación se expone un procedimiento que permite incluir operaciones en corto y conocer el portafolio que tiene el mínimo riesgo para una rentabilidad deseada por el inversionista.

1. El primer paso consiste en plantear la función Lagrangiana tomando como base la función de minimización de la varianza del portafolio según Markowitz:

$$min\ \frac{1}{2}\sigma_p^2 = \frac{1}{2} * \left(\sum_{i=1}^{n} w_i^2 * \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} w_i * w_j * \sigma_{ij} \right)$$

Sujeto a:

$$R_p = \sum_{i=1}^{n} w_i * R_i$$

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$$

Donde σ_p^2 es la varianza del portafolio, w_i es el porcentaje de inversión en el activo i, σ_i^2 es la varianza del activo i, σ_{ij} es la covarianza entre los rendimientos de los activos i y j.

Para resolver el problema a través de los multiplicadores de Lagrange, es necesario transformarlo en una función resultante entre la función objetivo y sus restricciones. Por lo tanto, la función lagrangiana es:

$$\boldsymbol{L} = \frac{1}{2} * \left(\sum_{i=1}^{n} w_i^2 * \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} w_i * w_j * \sigma_{ij} \right) + \lambda_1 \left(R_p - \sum_{i=1}^{n} w_i * R_i \right) + \lambda_2 \left(1 - \sum_{i=1}^{n} w_i \right)$$

Donde λ_1 y λ_2 son los multiplicadores de Lagrange, los cuales miden el nivel de sensibilidad del óptimo dados los cambios en las restricciones.

2. En segundo lugar, se realizan las derivadas de primer orden de la función, tal y como se muestra a continuación:

$$\frac{\delta L}{\delta w_1} = w_1\sigma_{11} + w_2\sigma_{12} + \cdots + w_n\sigma_{1n} - \lambda R_1 - \lambda_2 = 0$$

$$\frac{\delta L}{\delta w_2} = w_2\sigma_{21} + w_2\sigma_{22} + \cdots + w_n\sigma_{2n} - \lambda R_2 - \lambda_2 = 0$$

.
.
.

$$\frac{\delta L}{\delta w_n} = w_n\sigma_{n1} + w_2\sigma_{n2} + \cdots + w_n\sigma_{nn} - \lambda R_n - \lambda_2 = 0$$

$$\frac{\delta L}{\delta \lambda_1} = w_1R_1 + w_2R_2 + \cdots + w_nR_n - R_p = 0$$

$$\frac{\delta L}{\delta \lambda_2} = w_1 + w_2 + \cdots + w_n - 1 = 0$$

Llevándolo a forma matricial, se obtiene:

$$
\begin{array}{c}
\\ \text{DIS} \\ \text{JNJ} \\ \text{JPM} \\ \text{MCD} \\ \text{PG} \\ \text{XOM} \\ \\ \\
\end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{cccccccc} \text{DIS} & \text{JNJ} & \text{JPM} & \text{MCD} & \text{PG} & \text{XOM} & & \end{array} \\
\begin{bmatrix}
\sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} & \sigma_{14} & \sigma_{15} & \sigma_{16} & R_1 & 1 \\
\sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} & \sigma_{24} & \sigma_{25} & \sigma_{26} & R_2 & 1 \\
\sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} & \sigma_{34} & \sigma_{35} & \sigma_{36} & R_3 & 1 \\
\sigma_{41} & \sigma_{42} & \sigma_{43} & \sigma_{44} & \sigma_{45} & \sigma_{46} & R_4 & 1 \\
\sigma_{51} & \sigma_{52} & \sigma_{53} & \sigma_{54} & \sigma_{55} & \sigma_{56} & R_5 & 1 \\
\sigma_{51} & \sigma_{52} & \sigma_{53} & \sigma_{54} & \sigma_{55} & \sigma_{56} & R_6 & 1 \\
R_1 & R_2 & R_3 & R_4 & R_5 & R_6 & 0 & 0 \\
1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0
\end{bmatrix}
\end{array}
* \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ W_3 \\ W_4 \\ W_5 \\ W_6 \\ \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{bmatrix}
= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ R_p \\ 1 \end{bmatrix}
$$

Ilustración 35. Representación matricial de las derivadas de primer orden de la función Lagrangiana. Fuente: Elaboración Propia.

O mejor:

$$
\begin{array}{c}
\\ \text{DIS} \\ \text{JNJ} \\ \text{JPM} \\ \text{MCD} \\ \text{PG} \\ \text{XOM} \\ \\ \\
\end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{cccccccc} \text{DIS} & \text{JNJ} & \text{JPM} & \text{MCD} & \text{PG} & \text{XOM} & \text{RENTABILIDAD} & \text{INVERSION} \end{array} \\
\underbrace{\begin{bmatrix}
0{,}0137\% & 0{,}0037\% & 0{,}0061\% & 0{,}0027\% & 0{,}0033\% & 0{,}0058\% & 0{,}0049\% & 100{,}00\% \\
0{,}0037\% & 0{,}0127\% & 0{,}0051\% & 0{,}0041\% & 0{,}0046\% & 0{,}0050\% & 0{,}0222\% & 100{,}00\% \\
0{,}0061\% & 0{,}0051\% & 0{,}0148\% & 0{,}0038\% & 0{,}0024\% & 0{,}0068\% & 0{,}0281\% & 100{,}00\% \\
0{,}0027\% & 0{,}0041\% & 0{,}0038\% & 0{,}0122\% & 0{,}0033\% & 0{,}0033\% & 0{,}0725\% & 100{,}00\% \\
0{,}0033\% & 0{,}0046\% & 0{,}0024\% & 0{,}0033\% & 0{,}0103\% & 0{,}0032\% & 0{,}0157\% & 100{,}00\% \\
0{,}0058\% & 0{,}0050\% & 0{,}0068\% & 0{,}0033\% & 0{,}0032\% & 0{,}0127\% & -0{,}0057\% & 100{,}00\% \\
0{,}0049\% & 0{,}0222\% & 0{,}0281\% & 0{,}0725\% & 0{,}0157\% & -0{,}0057\% & 0{,}0000\% & 0{,}00\% \\
100{,}00\% & 100{,}00\% & 100{,}00\% & 100{,}00\% & 100{,}00\% & 100{,}00\% & 0{,}00\% & 0{,}00\%
\end{bmatrix}}_{\text{X}}
\end{array}
* \underbrace{\begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ W_3 \\ W_4 \\ W_5 \\ W_6 \\ \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{bmatrix}}_{\text{W}}
= \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0{,}0000\% \\ 1 \end{bmatrix}}_{\text{Y}}
$$

Ilustración 36. Matriz de derivadas de primer orden de la función Lagragiana. Fuente: Elaboración propia.

3. Ahora, para determinar la conformación del portafolio (el vector W), es necesario encontrar la inversa de la matriz X, toda vez que:

$$\mathbf{W=X^{-1}.Y}$$

Para encontrar la inversa, se utiliza la función en Excel {=MINVERSA(A)}, donde A es el rango de celdas que conforman la matriz, como se muestra a continuación:

{=MINVERSA(V3:AC10)}

T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	AC	AD	AE
W_1		9176,05	-577,52	-2345,66	760,399	-2869,8	-4143,46	-317,434252	0,23209812		0
W_2		-577,52	11014,4	-2050,2	-1857,75	-4041,58	-2487,4	-51,3798777	0,1255594		0
W_3		-2345,7	-2050,2	9556,972	-3243,18	611,759	-2529,69	311,9648744	0,01899341		0
W_4	=	760,399	-1857,8	-3243,18	2316,27	-1308,55	3332,81	1301,179018	-0,1155694	*	0
W_5		-2869,8	-4041,6	611,7591	-1308,55	10513,2	-2904,99	-350,265974	0,3799268		0
W_6		-4143,5	-2487,4	-2529,69	3332,81	-2904,99	8732,74	-894,063789	0,35899173		0
λ_1		-317,43	-51,38	311,9649	1301,18	-350,266	-894,064	-255,058415	0,0670315		0,0000%
λ_2		0,2321	0,12556	0,018993	-0,11557	0,37993	0,35899	0,067031497	-7,117E-05		1

Ilustración 37. Representación matricial de $W=X^{-1}.Y$

Es importante resaltar que la celda marcada en amarillo de la ilustración corresponde a la rentabilidad del portafolio deseada. Por lo tanto, ese valor es asignado arbitrariamente por el inversionista.

Finalmente, el vector resultante es:

$$\begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ W_3 \\ W_4 \\ W_5 \\ W_6 \\ \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 23{,}2\% \\ 12{,}6\% \\ 1{,}9\% \\ -11{,}6\% \\ 38{,}0\% \\ 35{,}9\% \\ 6{,}7\% \\ 0{,}0\% \end{bmatrix}$$

Ilustración 38. Vector W

Los primeros 6 valores representan las proporciones a invertir en los activos que conforman el portafolio. Si se realiza una suma de estos 6 valores, se evidencia que el resultado es 100%, tal y como se espera que funcione un modelo de optimización.

4. Dado que la rentabilidad del portafolio es asignada arbitrariamente, se debe encontrar el riesgo.

Para ello, se eleva al cuadrado cada una de las 6 proporciones, entregando como resultado los siguientes valores:

W_1^2	W_2^2	W_3^2	W_4^2	W_5^2	W_6^2
5,387%	1,577%	0,036%	1,336%	14,434%	12,888%

Ilustración 39. Vector W^2

Posteriormente se retoma la matriz de covarianzas y se realiza la multiplicación de estas dos matrices:

$$
\begin{array}{c}
\begin{array}{cccccc} \text{DIS} & \text{JNJ} & \text{JPM} & \text{MCD} & \text{PG} & \text{XOM} \end{array} \\
\begin{array}{c} \text{DIS} \\ \text{JNJ} \\ \text{JPM} \\ \text{MCD} \\ \text{PG} \\ \text{XOM} \end{array}
\begin{bmatrix}
0{,}0137\% & 0{,}0037\% & 0{,}0061\% & 0{,}0027\% & 0{,}0033\% & 0{,}0058\% \\
0{,}0037\% & 0{,}0127\% & 0{,}0051\% & 0{,}0041\% & 0{,}0046\% & 0{,}0050\% \\
0{,}0061\% & 0{,}0051\% & 0{,}0148\% & 0{,}0038\% & 0{,}0024\% & 0{,}0068\% \\
0{,}0027\% & 0{,}0041\% & 0{,}0038\% & 0{,}0122\% & 0{,}0033\% & 0{,}0033\% \\
0{,}0033\% & 0{,}0046\% & 0{,}0024\% & 0{,}0033\% & 0{,}0103\% & 0{,}0032\% \\
0{,}0058\% & 0{,}0050\% & 0{,}0068\% & 0{,}0033\% & 0{,}0032\% & 0{,}0127\%
\end{bmatrix}
\end{array}
$$

$$\underbrace{\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}_{\boxed{\text{COV}}}$$

Ilustración 40. Matriz Varianza - Covarianza

VARIANZA = W^2.COV

VARIANZA = 0,002060%

RIESGO = 0,4539%

Lo anterior significa que para una rentabilidad del portafolio del 0%, el mínimo riesgo sería de 0.4539%.

5. Finalmente, el método de multiplicadores de Lagrange aplicado al modelo de Markowitz debe contrastarse con uno de los métodos descritos anteriormente.

Para este caso de estudio se toman los valores de rentabilidad del portafolio del modelo estático de Solver como la rentabilidad deseada en el método de multiplicadores de Lagrange (ver ilustración 36 del paso 3), y se contrastan los valores de riesgo obtenidos en ambos. A continuación, se muestran los datos obtenidos:

Tabla 21. Tabla comparativa de riesgo MES vs Método Lagrange

	RENTABILIDAD	RIESGO METODO ESTATICO	RIESGO METODO LAGRANGE
Limite inferior	0,0250%	0,7272%	0,3055%
	0,0447%	0,7580%	0,3269%
	0,0643%	0,8510%	0,4580%
	0,0844%	1,0194%	0,6388%
Limite superior	0,1037%	1,2930%	0,8287%

Fuente: Elaboración propia.

La tabla evidencia que el riesgo disminuye sustancialmente al aplicar esta última metodología. Esto se debe a que el método permite realizar operaciones en corto para la conformación del portafolio óptimo.

En el archivo de Excel "MODELO_LAGRANGE.xlsx" puede verse en detalle el funcionamiento de este modelo de optimización.

5.2.5. Modelo de Línea de Mercado de Capitales (LMC)

La línea de mercado de capitales (LMC) es una línea tangente que marca gráficamente la relación entre el punto de un activo libre de riesgo y la frontera eficiente de un portafolio de inversión.

Según (Cruz, Medina y Restrepo, 2007), la recta de mercado de capitales permite obtener un portafolio de la frontera eficiente, donde el portafolio óptimo es el punto de tangencia de la línea de mercado de capitales y la curva de portafolios.

A continuación se muestra la línea de mercado de capitales, el portafolio óptimo y el activo libre de riesgo (punto de donde parte la LMC):

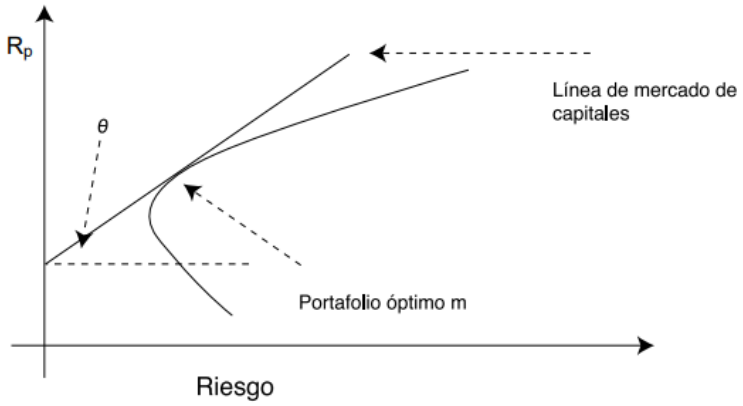


Ilustración 41. Representación gráfica de la Línea de Mercado de Capitales LMC. Fuente: Buenaventura, G. Cuevas, A. (2005)

Al observar el gráfico anterior, se deduce que a través de esta metodología se busca encontrar el punto en la frontera eficiente, donde la pendiente de la LMC es máxima. Esto permite entender que la LMC permite conocer cuál de los portafolios está mejor frente a la tasa libre de riesgo.

A continuación se describe el procedimiento para construir el modelo que permite hallar el portafolio adecuado según la LMC.

1. Se construye la tabla de conformación del portafolio. Para este caso se tomarán la misma tabla de la metodología de algoritmo genético:

Tabla 22. Plantilla conformación del Portafolio de Inversión

21	PONDERACION DE LA INVERSION					
22	ACCION i	% DE INVERSION	RENTABILIDAD	RIESGO	% INVERSION^2	VARIANZA
23	DIS		0,0049%	1,1733%	0,000%	0,0138%
24	JNJ		0,0222%	1,1278%	0,000%	0,0127%
25	JPM		0,0281%	1,2195%	0,000%	0,0149%
26	MCD		0,0725%	1,1036%	0,000%	0,0122%
27	PG		0,0157%	1,0139%	0,000%	0,0103%
28	XOM		-0,0057%	1,1278%	0,000%	0,0127%
29	TOTAL	0,00%				
30						
31	PORTAFOLIO					
32	RENTABILIDAD	0,0000%				
33	RIESGO	0,0000%				

Fuente: Elaboración propia

2. A través de Solver, se encuentran los portafolios de máxima rentabilidad y de mínimo riesgo. Estos 2 puntos marcarán los límites de la frontera eficiente, tal y como se desarrolló en el método estático del objetivo 2. Luego, se encuentran otros 9 portafolios a partir de rentabilidades establecidas entre los límites de la frontera. Estos 11 portafolios conformarán la frontera eficiente:

Tabla 23. Resultado de portafolios que conforman la Frontera Eficiente en metodología LMC

	RIESGO	RENTABILIDAD	VALOR A INCREMENTAR
Limite inferior	0,7321%	0,0263%	0,0000385
	0,7347%	0,0301%	
	0,7424%	0,0340%	
	0,7551%	0,0378%	
	0,7726%	0,0417%	
	0,7960%	0,0455%	
	0,8249%	0,0494%	
	0,8589%	0,0532%	
	0,8978%	0,0571%	
	0,9417%	0,0610%	
Limite superior	1,1036%	0,0725%	

Fuente: Elaboración propia

3. Para la construcción del modelo LMC se introduce el concepto de cero riesgos. Al tratarse de un portafolio con acciones del NYSE, el activo que constituirá el valor

de cero riesgos son los Bonos del Tesoro de Estados Unidos. Por esta razón, se toma la rentabilidad de estos bonos a 10 años y se realiza la conversión a una tasa diaria, ya que es el período de las rentabilidades de este estudio:

Rentabilidad Bono del Tesoro EEUU a 10 años: 2,375%
Rentabilidad Bono del Tesoro EEUU diaria: 0,0095%

4. La línea de mercado de capitales se expresa de acuerdo a la ecuación de la línea recta $Y = mX + B$, donde Y es la rentabilidad, B es la rentabilidad libre de riesgo, m es la pendiente de la recta y X es el riesgo. Teniendo en cuenta esto, la pendiente podría expresarse de la siguiente manera $m = \frac{R_p - R_l}{\sigma_p - \sigma_l}$, donde:
   - R_p es la rentabilidad del portafolio
   - R_l es la rentabilidad del bono del Tesoro de Estados Unidos
   - σ_p es el riesgo del portafolio
   - σ_l es el riesgo del bono del Tesoro de Estados Unidos, es decir 0%.

   Por lo tanto: $m = \frac{R_p - R_l}{\sigma_p}$

   En el archivo de Microsoft Excel se debe realizar la fórmula anterior tal y como se observa a continuación:

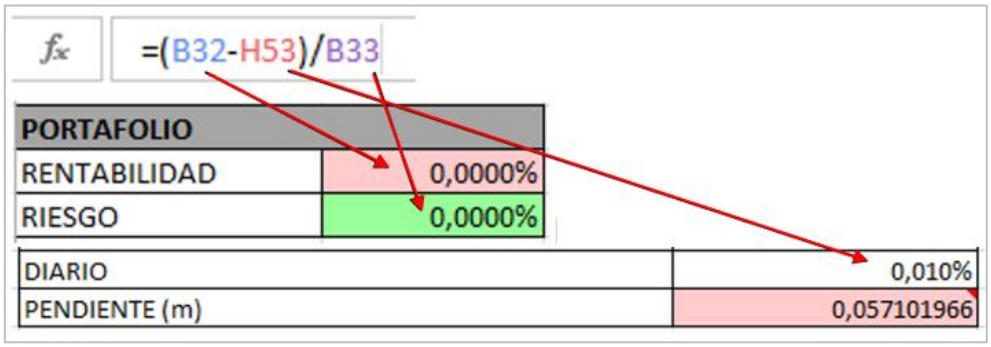


Ilustración 42. Procedimiento para cálculo de la pendiente en Excel.

5. A través de Solver se resuelve el modelo de maximización de la pendiente m, cambiando las celdas correspondientes al porcentaje de inversión en cada acción (ver celdas vacías color azul de la Tabla 22). Las restricciones de este modelo son: que todos estos porcentajes de inversión sean positivos y que su sumatoria sea igual al 100%. Con esto se garantiza que el portafolio sea óptimo.

6. Finalmente se construye la gráfica que contiene la LMC y la frontera eficiente del portafolio:

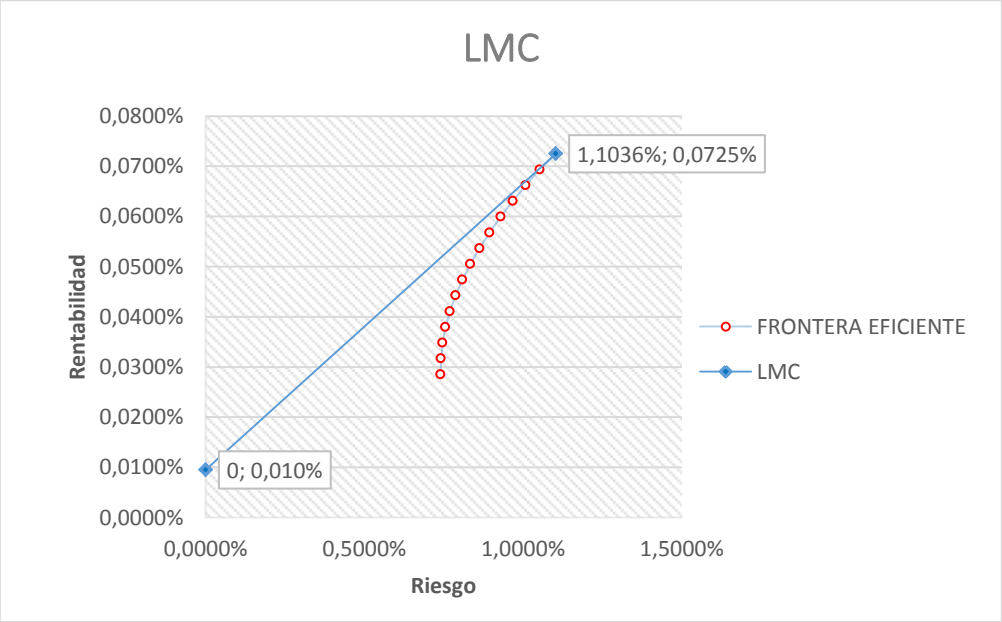


Ilustración 43. Representación de Línea de Mercado de Capitales para el portafolio seleccionado. Fuente: Elaboración propia.

En el gráfico se observa que la LMC comienza en el punto (0%, 0.01%) correspondiente al riesgo y rentabilidad que ofrece el bono del Tesoro de Estados Unidos, respectivamente. Esta recta se intersecta en el punto de la frontera eficiente

(1.1036%, 0.0725%), correspondiente al límite superior encontrado en Solver. Este portafolio estaría conformado de la siguiente manera:

Tabla 24. Conformación del portafolio de inversión según el modelo LMC.

PONDERACION DE LA INVERSION					
ACCION i	% DE INVERSION	RENTABILIDAD	RIESGO	% INVERSION^2	VARIANZA
DIS	0,00%	0,0049%	1,1733%	0,000%	0,0138%
JNJ	0,00%	0,0222%	1,1278%	0,000%	0,0127%
JPM	0,00%	0,0281%	1,2195%	0,000%	0,0149%
MCD	100,00%	0,0725%	1,1036%	100,000%	0,0122%
PG	0,00%	0,0157%	1,0139%	0,000%	0,0103%
XOM	0,00%	-0,0057%	1,1278%	0,000%	0,0127%
TOTAL	100,00%				
PORTAFOLIO					
RENTABILIDAD	0,0725%				
RIESGO	1,1036%				

Fuente: Elaboración propia

En el archivo anexo de Excel “MODELOS_LMC_CAPM.xlsx” se puede observar en detalle del modelo de optimización LMC.

5.2.6. Modelo CAPM

El CAPM (Capital Assets Pricing Model) es un modelo de valoración de activos financieros desarrollado a partir de diversas formulaciones sobre la diversificación y la teoría moderna del portafolio de Henry Markowitz.

Este modelo es utilizado para calcular la rentabilidad que se debe exigir al realizar una inversión en cierto activo financiero, en función del riesgo que se está asumiendo.

A diferencia de las metodologías descritas anteriormente en esta investigación, el modelo CAPM permite estimar la rentabilidad esperada teniendo en cuenta el riesgo no sistemático o diversificable y el riesgo sistemático o riesgo de mercado.

Este modelo es importante toda vez que en las metodologías anteriores, al tener únicamente en cuenta el riesgo no sistemático, el riesgo total del portafolio se encuentra sujeto a la incertidumbre que rodea a cada uno de los activos, es decir, a la volatilidad de las acciones y de la diversificación del portafolio en sí. Al introducir el riesgo sistemático al modelo de optimización se complementa el cálculo del riesgo total del portafolio, ya que se están teniendo en cuenta nuevos factores económicos, monetarios, políticos y sociales que afectan éste riesgo del mercado.

A continuación se expone la metodología de CAPM para optimizar el portafolio de este caso de estudio:

1. Se descargan los datos de precios cierre del Dow Jones Industrial Average (DJIA) del período analizado (28/02/2017 – 28/02/2019):

Tabla 25. Precios de cierre DJIA (28/02/2017 - 28/02/2019)

1	VALORES INDICE DOW JONES DJI		
2	MISMO PERIODO DE INVESIGACIÓN		
3	Date	Close	Adj Close
4	28/02/2017	20.812,2402	20.812,2402
5	1/03/2017	21.115,5508	21.115,5508
6	2/03/2017	21.002,9707	21.002,9707
7	3/03/2017	21.005,7109	21.005,7109
504	25/02/2019	26.091,9492	26.091,9492
505	26/02/2019	26.057,9805	26.057,9805
506	27/02/2019	25.985,1602	25.985,1602
507	28/02/2019	25.916,0000	25.916,0000

Fuente: Elaboración propia.

2. Se construye una tabla en donde se calcula la rentabilidad del Dow Jones y la rentabilidad de la acción i, ambas para cada fecha de cierre. Además, se calcula el valor Y" teniendo en cuenta la ecuación de la recta, donde el valor X es la

rentabilidad de la acción i, B es la pendiente (b) de la recta y A es el término independiente (a). Finalmente se calculan los cuadrados del error (ver columna H en la Tabla 26) y la sumatoria de ellos:

Tabla 26. Fórmula del cálculo de valor de Y"

SUMA | =$E$2+$F$2*F5

	E	F	G	H
1	A	B		
2	0,00041424	0,44293943		
3				
4	DJI	V.DIS	Y"= ax+b	E^2=(Y-Y")^2
5	1,4468%	0,8592%	=$E$2+$F$2*F5	
6	-0,5346%	-0,4061%	-0,00138447	1,5693E-05
7	0,0130%	0,5860%	0,00301002	8,2919E-06
504	0,2308%	-1,4508%	-0,00601202	6,9215E-05
505	-0,1303%	-0,0793%	6,3145E-05	1,8656E-06
506	-0,2798%	-0,6364%	-0,00240455	1,5517E-07
507	-0,2665%	0,0532%	0,00064982	1,0989E-05
508				0,02613871

Fuente: Elaboración propia

Tabla 27. Fórmula para calcular los cuadrados del error (E^2)

SUMA | =(E5-G5)^2

	E	F	G	H
1	A	B		
2	0,00041424	0,44293943		
3				
4	DJI	V.DIS	Y"= ax+b	E^2=(Y-Y")^2
5	1,4468%	0,8592%	0,0042201	=(E5-G5)^2
6	-0,5346%	-0,4061%	-0,00138447	1,5693E-05
7	0,0130%	0,5860%	0,00301002	8,2919E-06
504	0,2308%	-1,4508%	-0,00601202	6,9215E-05
505	-0,1303%	-0,0793%	6,3145E-05	1,8656E-06
506	-0,2798%	-0,6364%	-0,00240455	1,5517E-07
507	-0,2665%	0,0532%	0,00064982	1,0989E-05
508				0,02613871

Fuente: Elaboración propia

3. Tendiendo la tabla completa, se realiza el modelo de optimización de Solver, donde la función objetivo será minimizar la sumatoria de los cuadrados del error, modificando los valores A y B.

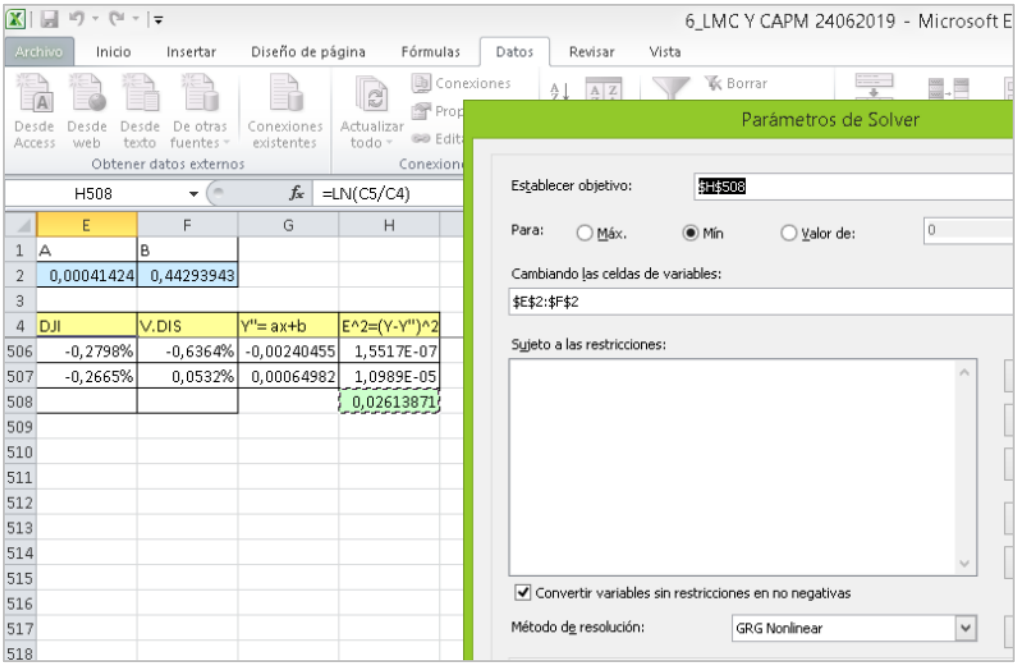


Ilustración 44. Modelo en Solver para minimizar la sumatoria de los cuadrados del error, cambiando los parámetros A y B. Fuente: Elaboración propia.

4. Este procedimiento se replica comparando las rentabilidades del Dow Jones con cada una de las acciones.

5. Se construye la tabla del CAPM. El valor β corresponde a la pendiente B calculada con Solver, el porcentaje de inversión de cada activo es el que será calculado, la varianza de cada activo es la que ha sido calculada en los modelos anteriores, la β ponderada corresponde a la β multiplicada por el porcentaje de inversión del activo y la varianza ponderada que corresponde al porcentaje de la inversión elevada al cuadrado multiplicado por la varianza. La acción Exxon Mobil (XOM) no es tenida en cuenta en esta metodología, ya que su rentabilidad es negativa. Se adiciona también en el portafolio un activo libre de riesgo que es el bono del Tesoro de Estados Unidos.

Tabla 28. Plantilla de conformación del portafolio para metodología CAPM

ACTIVO	β	INVERSION	σ^2 Ai	β PONDERADA	σ^2 PONDERADA
V.DIS	0,442952224	0,000%	0,0138%	0	0
V.JNJ	0,456153727	0,000%	0,0127%	0	0
V.JPM	0,542126526	100,000%	0,0149%	0,542126719	0,000148715
V.MCD	0,36201082	0,000%	0,0122%	0	0
V.PG	0,366273355	0,000%	0,0103%	0	0
Renta Fija	0	0,000%	0,0000%	0	0
∑		1,000		0,542126719	0,000148715

Fuente: Elaboración Propia

6. Se calcula la Rentabilidad y Varianza del Dow Jones para el período estudiado (con los datos descargados en el paso 1), así como la tasa de rentabilidad diaria de los Bonos del Tesoro de Estados Unidos.

Rentabilidad DJIA:	0,0436%
Varianza DJIA:	0,0079%
Rentabilidad Bonos del Tesoro EEUU a 10 años:	2,375%
Rentabilidad Bonos del Tesoro EEUU diaria:	0,010%

7. Se calcula la rentabilidad y el riesgo utilizando las fórmulas del modelo CAPM:

a) Rentabilidad del portafolio

$$r_p = r_{lr} + \beta * (r_m - r_{lr})$$

Donde:

- r_p es la rentabilidad del portafolio.
- r_{lr} es la rentabilidad del activo libre de riesgo (Bono del Tesoro de Estados Unidos).
- β es la cantidad de riesgo del portafolio con respecto al mercado (β ponderada).

- r_m es la rentabilidad del mercado (Rentabilidad Dow Jones).

b) Riesgo del portafolio

$$\sigma_p = \sqrt{\beta^2 * \sigma_m^2 + \sigma_{pond}^2}$$

Donde:

- σ_p es el riesgo del portafolio
- β es la cantidad de riesgo del portafolio con respecto al mercado (β ponderada).
- σ_m^2 es la varianza del mercado (Varianza Dow Jones).
- σ_{pond}^2 es la varianza ponderada del portafolio.

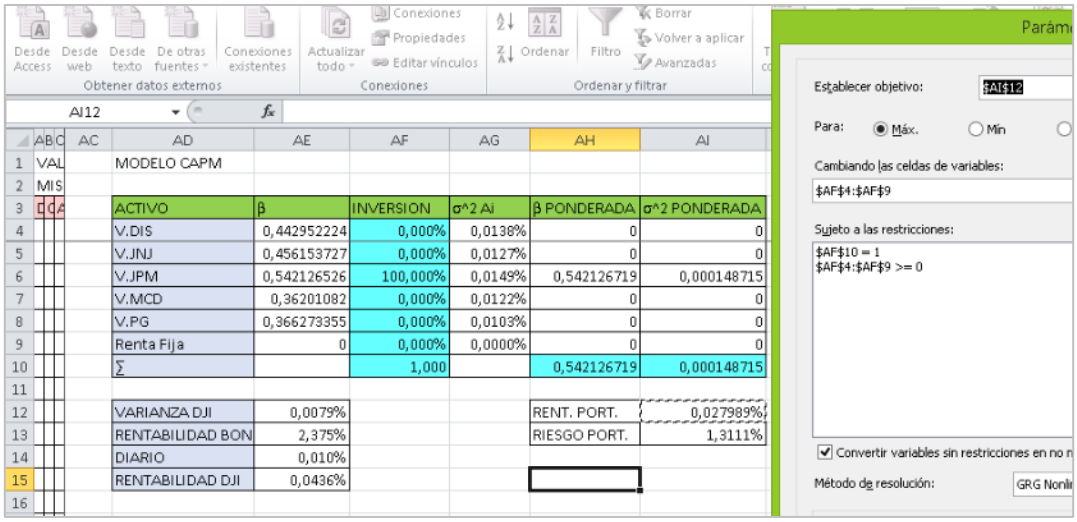
Tabla 29. Fórmula de rentabilidad para metodología CAPM

ACTIVO	β	INVERSION	σ^2 Ai	β PONDERADA	σ^2 PONDERADA
V.DIS	0,442952224	0,000%	0,0138%	0	0
V.JNJ	0,456153727	0,000%	0,0127%	0	0
V.JPM	0,542126526	100,000%	0,0149%	0,542126719	0,000148715
V.MCD	0,36201082	0,000%	0,0122%	0	0
V.PG	0,366273355	0,000%	0,0103%	0	0
Renta Fija	0	0,000%	0,0000%	0	0
∑		1,000		0,542126719	0,000148715

VARIANZA DJI	0,0079%	RENT. PORT.	=AE14+AH10*(AE15-AE14)
RENTABILIDAD BONO	2,375%	RIESGO PORT.	1,3111%
DIARIO	0,010%		
RENTABILIDAD DJI	0,0436%		

Fuente: Elaboración propia

8. Se optimiza el modelo a través de Solver. En el modelo se maximiza la rentabilidad del portafolio, cambiando los porcentajes de inversión, teniendo como restricciones que todos estos porcentajes sean valores mayores o iguales a cero y que su sumatoria sea el 100%. Con esto se garantiza que no sea aplicable a operaciones en corto y que el monto de la inversión sea óptimo.



	AB	AC	AD	AE	AF	AG	AH	AI
1	VAL		MODELO CAPM					
2	MIS							
3			ACTIVO	β	INVERSION	σ^2 AI	β PONDERADA	σ^2 PONDERADA
4			V.DIS	0,442952224	0,000%	0,0138%	0	0
5			V.JNJ	0,456153727	0,000%	0,0127%	0	0
6			V.JPM	0,542126526	100,000%	0,0149%	0,542126719	0,000148715
7			V.MCD	0,36201082	0,000%	0,0122%	0	0
8			V.PG	0,366273355	0,000%	0,0103%	0	0
9			Renta Fija	0	0,000%	0,0000%	0	0
10			∑		1,000		0,542126719	0,000148715
11								
12			VARIANZA DJI	0,0079%			RENT. PORT.	0,027989%
13			RENTABILIDAD BON	2,375%			RIESGO PORT.	1,3111%
14			DIARIO	0,010%				
15			RENTABILIDAD DJI	0,0436%				
16								

Ilustración 45. Modelo de optimización en Solver para metodología CAPM. Fuente: Elaboración propia.

9. Se optimiza el portafolio minimizando el riesgo, cambiando los porcentajes de inversión, teniendo como restricciones que todos estos porcentajes sean valores mayores o iguales a cero y que su sumatoria sea el 100%.

10. Se encuentran otros portafolios óptimos que se encuentren situados entre los encontrados en los pasos 8 y 9, tal y como se realizó en el modelo de optimización MES. Para este caso de estudio se encontraron los siguientes:

Tabla 30. Portafolios Frontera eficiente modelo CAPM

	RENT. PORT.	RIESGO PORT.
PORT. MIN. RIESGO	0,0095%	0,0000%
PORT. INTERMEDIO 1	0,0107%	0,0529%
PORT. INTERMEDIO 2	0,0120%	0,1057%
PORT. INTERMEDIO 3	0,0132%	0,1586%
PORT. INTERMEDIO 4	0,0144%	0,2114%
PORT. INTERMEDIO 5	0,0157%	0,2643%
PORT. INTERMEDIO 6	0,0169%	0,3172%
PORT. INTERMEDIO 7	0,0181%	0,3700%
PORT. INTERMEDIO 8	0,0194%	0,4229%
PORT. INTERMEDIO 9	0,0206%	0,4757%
PORT. INTERMEDIO 10	0,0218%	0,5286%
PORT. INTERMEDIO 11	0,0231%	0,5814%
PORT. INTERMEDIO 12	0,0243%	0,6343%
PORT. INTERMEDIO 13	0,0255%	0,7319%
PORT. MAX. RENT.	0,0280%	1,3113%

Fuente: Elaboración propia.

11. Se grafica la frontera eficiente encontrada en el modelo:

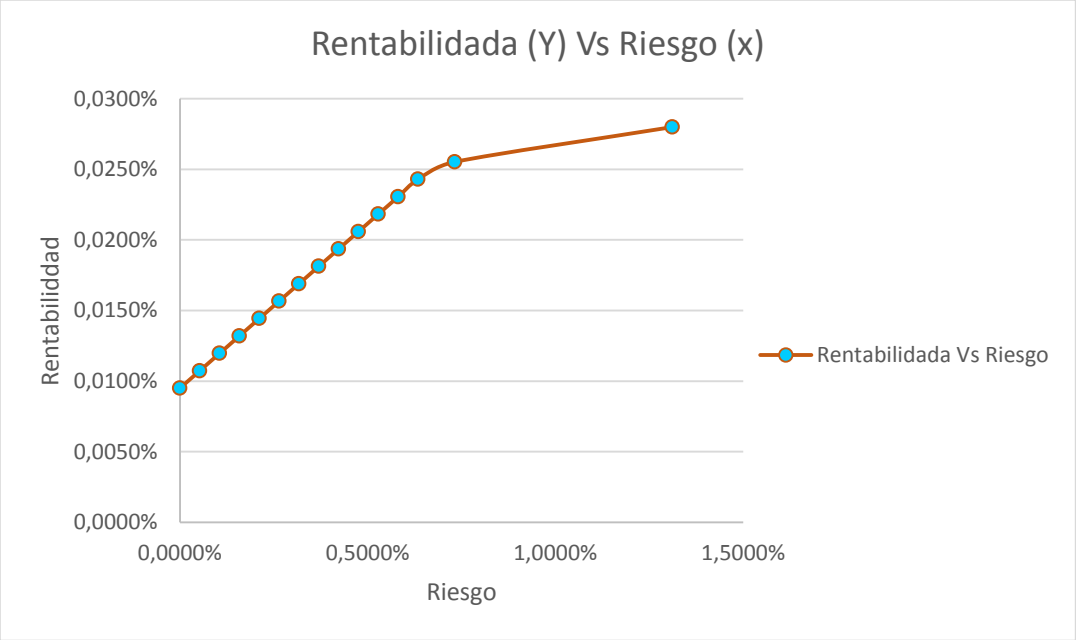


Ilustración 46. Frontera Eficiente Modelo CAPM. Fuente: Elaboración propia

Se observa que al incluir en el portafolio títulos de renta fija con tasa libre de riesgo (Bono del Tesoro de EEUU), este punto se convierte en la partida de la frontera eficiente. Esto sucede porque el riesgo cero es un portafolio óptimo dentro del conjunto de opciones que tiene un inversionista dentro del modelo CAPM.

En el archivo anexo de Excel "MODELOS_LMC_CAPM.xlsx" se puede observar en detalle del modelo de optimización CAPM.

5.3. Cadenas de Markov aplicadas a la proyección del portafolio

Anteriormente se describió una metodología para conformar un portafolio de inversión óptimo, este puede ser proyectado utilizando la teoría de cadenas de Markov, ya que el comportamiento de una acción evoluciona a través del tiempo cambiando de estado constantemente.

5.3.1. Comprobación Proceso Markoviano

Una de las propiedades del proceso Markoviano es que el comportamiento futuro no depende del pasado, sólo basta con conocer el presente. Esta propiedad puede ser demostrada estadísticamente en este caso de estudio, tal y como se muestra en la siguiente metodología:

1. En primer lugar, se toman las fechas y precios de cierre del período analizado. En este caso se inicia el 28 de febrero del año 2017 y se finaliza el 28 de febrero de 2019 (Ver columnas A y B). Luego se adiciona una tabla de tres columnas (C, D, E). En la primera se toma el valor de cierre del día anterior a la fecha analizada (Pt-1), en la segunda el valor de la fecha (Pt) y en la tercera el precio del día siguiente (Pt+1). Esto sugiere que en la tabla no existirá una fila para el día 28 de febrero de 2017 porque no se conoce el precio de cierre del día anterior y tampoco para el 28 de febrero de 2019 porque no se conoce el precio de cierre del día siguiente.

Tabla 31. Precios de cierre para períodos Pt-1, Pt, Pt+1

	A	B	C	D	E
3	Fecha	DIS			
4	28-02-17	110,09	Pt-1	Pt	Pt+1
5	01-03-17	111,04	110,09	111,04	110,59
6	02-03-17	110,59	111,04	110,59	111,24
7	03-03-17	111,24	110,59	111,24	110,67
8	06-03-17	110,67	111,24	110,67	110,86
9	07-03-17	110,86	110,67	110,86	110,84
10	08-03-17	110,84	110,86	110,84	111,03
11	09-03-17	111,03	110,84	111,03	110,92
12	10-03-17	110,92	111,03	110,92	111,52

Fuente: Elaboración propia

2. Se realiza una regresión de los datos, tomando como variable independiente Pt+1 y variable dependiente Pt y se toman los estadísticos del resumen de la regresión:

Tabla 32. Estadísticas de la regresión. Correlación Pt; Pt+1

Estadísticas de la regresión	
Coeficiente de correlación múltiple	0,972976174
Coeficiente de determinación R^2	0,946682636
R^2 ajustado	0,946576001
Error típico	1,254422123
Observaciones	502

Fuente: Elaboración propia

Si se analiza el coeficiente de determinación R^2, la correlación entre las variables es alta (94,67%). Este valor indica que con este modelo, si se realizaran 1000 pronósticos la cantidad de aciertos se estimaría en 947.

3. Se realiza otra regresión, pero esta vez tomando como variable independiente Pt+1 y variables dependientes Pt-1 y Pt. Al igual que en el paso anterior, se toman los estadísticos del resumen de la regresión:

Tabla 33. Estadísticas de la regresión. Correlación Pt+1; Pt-1 y Pt

Estadísticas de la regresión	
Coeficiente de correlación múltiple	0,973066224
Coeficiente de determinación R^2	0,946857877
R^2 ajustado	0,946644882
Error típico	1,253613182
Observaciones	502

Fuente: Elaboración propia

Si se analiza el coeficiente de determinación R^2, la correlación entre las variables es alta (94,69%). Este valor indica que con este modelo, si se realizaran 1000 pronósticos la cantidad de aciertos se estimaría en 947.

Se concluye que existe una diferencia muy baja entre ambos coeficientes de determinación (0.0175%). Esto quiere decir que el hecho de adicionar los datos de Pt-1 no añade más éxito al modelo. Por lo tanto es posible afirmar que se comprueba el principio Markoviano de que dado el presente, el futuro no depende del pasado.

5.3.2. Definición de estados de la cadena

Los estados de una cadena de Markov son escenarios que puede tomar la variable aleatoria. En esta investigación, se explican las cadenas de Markov como herramienta para realizar una proyección de una jornada a través de dos ejercicios. El primero con un conjunto de 3 estados: Negativo, estable y positivo; el segundo con un conjunto de 13 estados que corresponden a trece grupos de intervalos de cierres que son explicados en detalle más adelante.

Primer Ejercicio

En el primer ejercicio se encuentran 3 escenarios posibles:

- Negativo: Cuando el precio de cierre del día estudiado fue inferior al del día anterior (rentabilidad negativa o cierre a la baja).
- Estable: Cuando el precio de cierre del día estudiado fue igual al del día anterior (rentabilidad cero o cierre estable).
- Positivo: Cuando el precio de cierre del día estudiado fue superior al del día anterior (rentabilidad positiva o cierre al alza).

A continuación se establecen las etapas para proyectar el portafolio a través de cadenas de Markov:

1. Se calcula la rentabilidad logarítmica de Pt y Pt+1, las cuales están dadas por las fórmula LN (Pt/(Pt-1)) y LN ((Pt+1)/Pt) y hace un redondeo como se observa a continuación:

Tabla 34. Rentabilidad logarítmica Pt y Pt+1 de las primeras 7 jornadas

LN Pt	LN Pt+1	Red. Rent Ln Pt	Red. Rent Ln Pt+1
-0,41%	0,59%	-0,40%	0,60%
0,59%	-0,51%	0,60%	-0,50%
-0,51%	0,17%	-0,50%	0,20%
0,17%	-0,02%	0,20%	0,00%
-0,02%	0,17%	0,00%	0,20%
0,17%	-0,10%	0,20%	-0,10%
-0,10%	0,54%	-0,10%	0,50%

Fuente: Elaboración propia

En la tabla se observa que los datos de la tercera y cuarta columna son un redondeo de los datos de la primera y segunda columna, respectivamente.

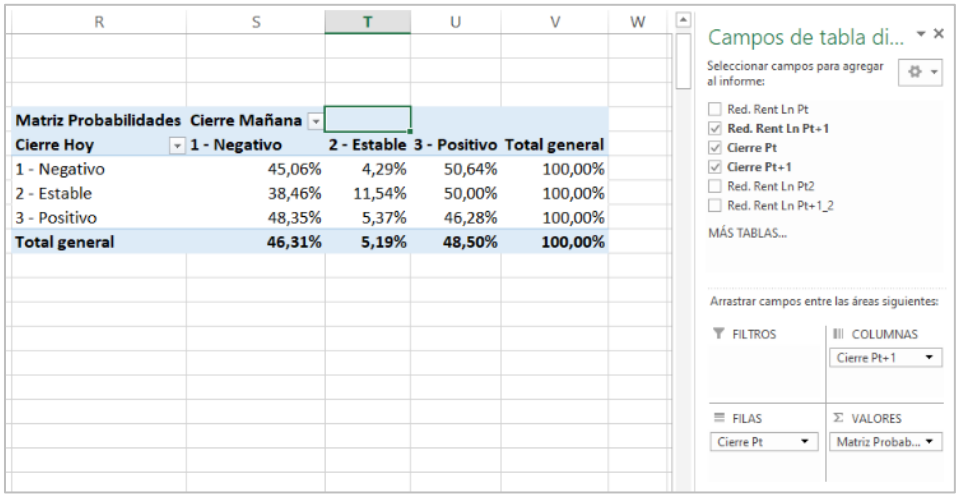
2. Se crean otras dos columnas en donde se le asigna el escenario correspondiente al precio de cierre redondeado. Para asignar el escenario se utiliza una funcion condicional en Microsoft Excel que identifique si la acción tuvo un cierre negativo, estable o positivo respecto al día anterior.

Tabla 35. Tipos de cierre para Pt y Pt+1 de las primeras 7 jornadas

LN Pt	LN Pt+1	Red. Rent Ln Pt	Red. Rent Ln Pt+1	Cierre Pt	Cierre Pt+1
-0,41%	0,59%	-0,40%	0,60%	1 - Negativo	3 - Positivo
0,59%	-0,51%	0,60%	-0,50%	3 - Positivo	1 - Negativo
-0,51%	0,17%	-0,50%	0,20%	1 - Negativo	3 - Positivo
0,17%	-0,02%	0,20%	0,00%	3 - Positivo	2 - Estable
-0,02%	0,17%	0,00%	0,20%	2 - Estable	3 - Positivo
0,17%	-0,10%	0,20%	-0,10%	3 - Positivo	1 - Negativo
-0,10%	0,54%	-0,10%	0,50%	1 - Negativo	3 - Positivo

Fuente: Elaboración propia

3. Se crea una tabla dinámica que abarca los datos de las columnas que se observan en la tabla anterior. Posteriormente, en la lista de campos se agregan los cierres del período Pt en el área de FILAS, el Cierre Pt+1 en el área de COLUMNAS y en el área de VALORES se agrega el campo de Rendimientos del período Pt+1.



Matriz Probabilidades	Cierre Mañana			
Cierre Hoy	1 - Negativo	2 - Estable	3 - Positivo	Total general
1 - Negativo	45,06%	4,29%	50,64%	100,00%
2 - Estable	38,46%	11,54%	50,00%	100,00%
3 - Positivo	48,35%	5,37%	46,28%	100,00%
Total general	**46,31%**	**5,19%**	**48,50%**	**100,00%**

Ilustración 47. Matriz de probabilidades y campos de la tabla dinámica. Fuente: Elaboración Propia.

4. Es importante dar click en éste último campo y seleccionar “Configuración de campo de valor”. Se abre una ventana, en donde debemos pulsar la opción “Mostrar valores como” y finalmente seleccionar “%del total de filas”, tal y como se muestra a continuación:

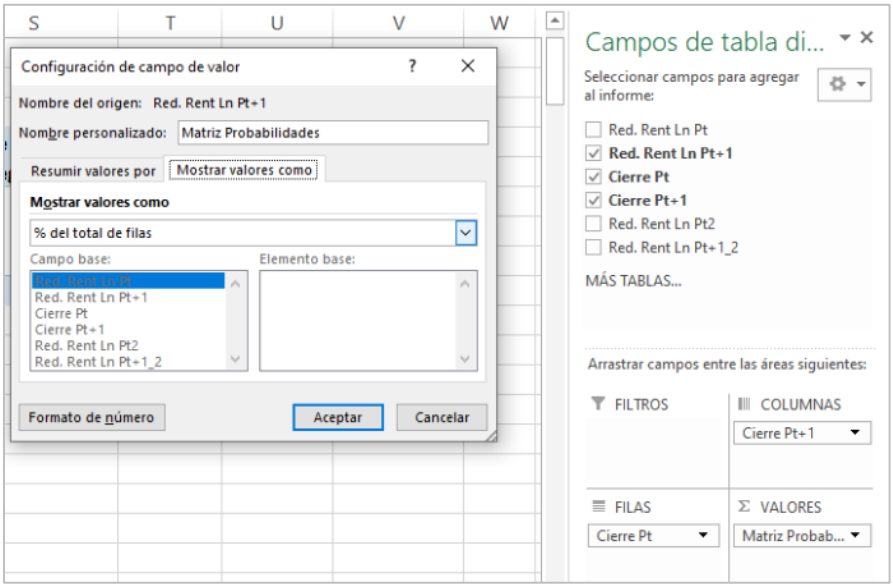


Ilustración 48. Configuración del campo de valor para mostrar dentro de la matriz el % total de las filas

5. De esta manera se puede observar en la tabla la probabilidad de ocurrencia según los precios de cierre que se obtuvieron entre el 28 de febrero de 2017 y el 28 de febrero de 2019.

Tabla 36. Matriz de transición para n=1 pasos y 3 Estados.

Matriz Probabilidades	**Cierre Pt+1**			
Cierre Pt	**1 - Negativo**	**2 - Estable**	**3 - Positivo**	**Total general**
1 - Negativo	45,06%	4,29%	50,64%	100,00%
2 - Estable	38,46%	11,54%	50,00%	100,00%
3 - Positivo	48,35%	5,37%	46,28%	100,00%
Total general	**46,31%**	**5,19%**	**48,50%**	**100,00%**

Fuente: Elaboración propia

Los datos de la tabla podrían interpretarse de la siguiente manera: Dado que el 28 de febrero de 2019 hubo un cierre negativo, la probabilidad de que el precio de cierre al día siguiente sea positivo es del 50,64%.

Segundo Ejercicio

En el segundo ejercicio se cambian los estados por grupos constituidos por intervalos de rentabilidades. Respecto a los numerales 1 y 2 del ejercicio anterior, no existe ninguna variación. Sin embargo, en el numeral 3 los campos de la tabla dinámica se organizan de la siguiente manera:

1. En la lista de campos, se agregan los rendimientos del período Pt en el área de FILAS y en el área de VALORES se agrega el campo de rendimientos del período Pt también. De esta manera, se crea una tabla de frecuencias para cada valor de rendimiento.

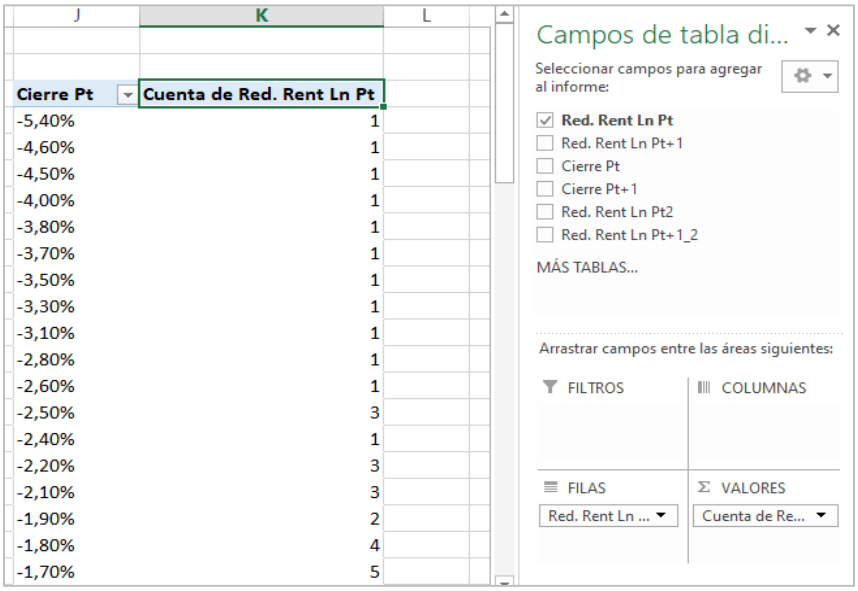


Ilustración 49. Campos de tabla dinámica para construir tabla de frecuencias. Fuente: Elaboración propia

2. Posteriormente, se crean intervalos agrupando datos por el valor superior más cercano a 30. Por ejemplo, entre -5,40% y -1,70% hay 32 datos observados que conformarían el Grupo 1, entre -1,60% y -1,20% se observan 32 datos que conformarían el Grupo 2. Este proceso se realiza hasta que se encuentre la totalidad de los grupos. En este caso, se establecieron 13 grupos. La agrupación se realiza seleccionando las rentabilidades de la columna Cierre Pt que conformarán el grupo, se busca la opción "Datos" y se presiona en "Agrupar".

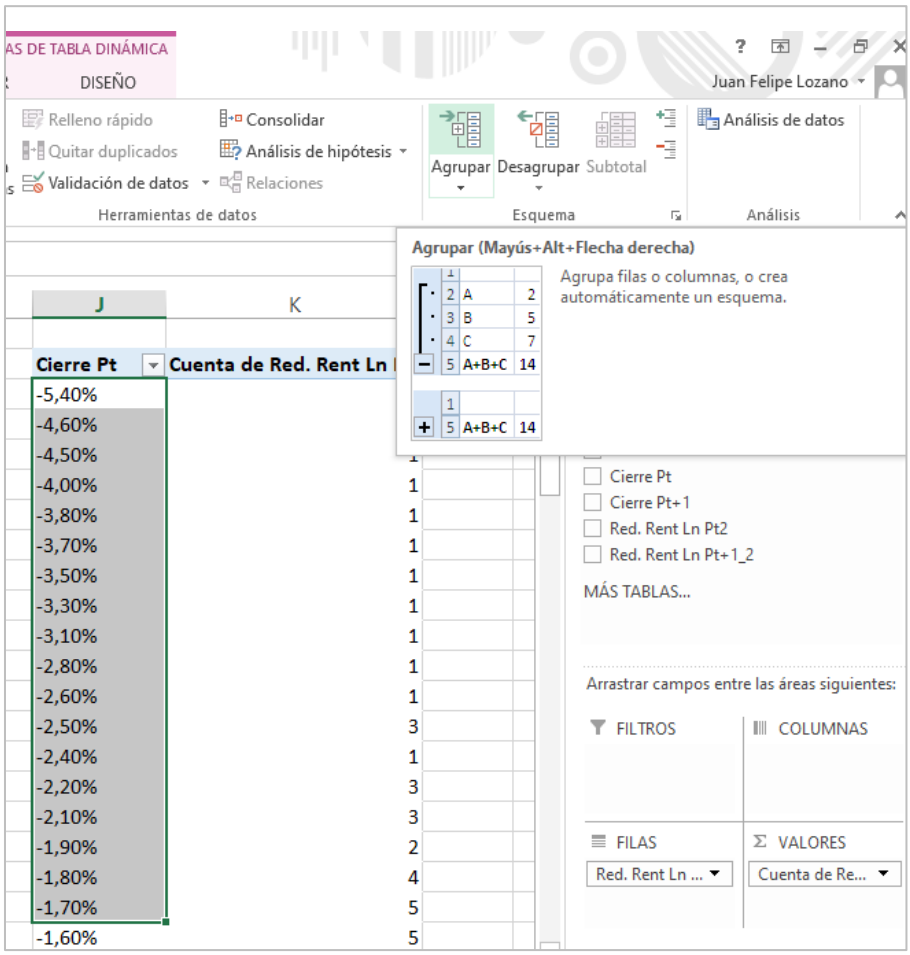


Ilustración 50. Procedimiento de agrupación de datos en Excel. Fuente: Elaboración propia

3. Este proceso se replica con los Cierres de Pt+1 y al igual que en el ejercicio anterior se construye la matriz de probabilidades:

Tabla 37. Matriz de transición para n=1 pasos y 13 Estados

Matriz Probabilidades	Cierre Pt+1													
	Grupo1	Grupo2	Grupo3	Grupo4	Grupo5	Grupo6	Grupo7	Grupo8	Grupo9	Grupo10	Grupo11	Grupo12	Grupo13	Total general
Cierre Pt														
Grupo1	12,50%	9,38%	3,13%	3,13%	3,13%	18,75%	6,25%	6,25%	6,25%	3,13%	3,13%	12,50%	12,50%	100,00%
Grupo2	9,38%	6,25%	6,25%	9,38%	0,00%	9,38%	6,25%	12,50%	12,50%	9,38%	12,50%	6,25%	0,00%	100,00%
Grupo3	2,78%	5,56%	5,56%	11,11%	8,33%	8,33%	11,11%	11,11%	11,11%	5,56%	2,78%	2,78%	13,89%	100,00%
Grupo4	6,52%	6,52%	8,70%	2,17%	15,22%	6,52%	13,04%	6,52%	8,70%	10,87%	6,52%	8,70%	0,00%	100,00%
Grupo5	4,55%	2,27%	4,55%	6,82%	11,36%	15,91%	15,91%	4,55%	11,36%	6,82%	9,09%	4,55%	2,27%	100,00%
Grupo6	4,65%	2,33%	6,98%	13,95%	11,63%	6,98%	11,63%	2,33%	9,30%	9,30%	11,63%	4,65%	4,65%	100,00%
Grupo7	3,85%	1,92%	7,69%	9,62%	7,69%	11,54%	15,38%	11,54%	7,69%	11,54%	5,77%	1,92%	3,85%	100,00%
Grupo8	2,94%	5,88%	5,88%	5,88%	2,94%	14,71%	14,71%	8,82%	5,88%	11,76%	5,88%	5,88%	8,82%	100,00%
Grupo9	6,82%	11,36%	2,27%	6,82%	9,09%	4,55%	4,55%	2,27%	9,09%	15,91%	4,55%	13,64%	9,09%	100,00%
Grupo10	10,64%	4,26%	8,51%	14,89%	14,89%	2,13%	10,64%	6,38%	6,38%	4,26%	4,26%	6,38%	6,38%	100,00%
Grupo11	6,25%	9,38%	15,63%	9,38%	12,50%	9,38%	9,38%	3,13%	6,25%	6,25%	3,13%	6,25%	3,13%	100,00%
Grupo12	3,23%	19,35%	9,68%	16,13%	3,23%	3,23%	3,23%	9,68%	9,68%	9,68%	6,45%	3,23%	3,23%	100,00%
Grupo13	10,71%	3,57%	10,71%	10,71%	3,57%	0,00%	10,71%	3,57%	10,71%	17,86%	7,14%	3,57%	7,14%	100,00%
Total general	6,39%	6,39%	7,19%	9,18%	8,58%	8,58%	10,58%	6,79%	8,78%	9,38%	6,39%	6,19%	5,59%	100,00%

Fuente: Elaboración propia.

Esta matriz entrega un panorama más amplio para el inversionista, ya que a diferencia del ejercicio anterior, los estados se encuentran más acotados y son mucho más precisos.

Dicho de otra forma, para el inversionista A que tuvo un cierre de -1,40% (Grupo 2) es más interesante saber cuál es la probabilidad de que el siguiente día tenga un cierre estable o positivo tomando como base esta matriz, puesto que le permite conocer cómo se concentran sus probabilidades dentro de los grupos que conforman los cierres estables o positivos. Para el caso de este ejercicio, del Grupo 1 al Grupo 6 son cierres a la baja, el Grupo 7 es estable y del Grupo 8 al 13 son cierres al alza.

Por otro lado, si se quisiera encontrar el valor de la probabilidad de que el inversionista A que tuvo un cierre de -1.40% en este activo tenga un cierre positivo en la siguiente jornada, se suman los valores intersectados entre la fila del Grupo 2 y las columnas desde el Grupo 8 hasta el Grupo 13, valor que asciende a 53,13%.

Si se compara con el primer ejercicio se observa una diferencia considerable, ya que la matriz de probabilidades reveló que dado un cierre negativo, la probabilidad de que el precio de cierre al día siguiente sea positivo es del 50,64%.

De esta manera, se puede observar cómo las Cadenas de Markov son una herramienta para proyectar portafolios de inversión para la siguiente jornada, ya que permite conocer las probabilidades de que una acción cambie del Estado i al Estado j.

La matriz de la proyección del portafolio puede observarse en detalle en el archivo anexo de Excel "PROYECCION PORTAFOLIO.xlsx".

5.4. Calculo del nivel de riesgo del portafolio

Hasta éste punto se han presentado diferentes modelos para la creación de portafolios de renta variable; partiendo de un cuidadoso análisis de las variables fundamentales que afectan a una muestra de acciones de la bolsa de New York, adicionalmente, se realizó la proyección del portafolio mediante el desarrollo de un proceso estocástico discreto conocido como Cadenas de Markov. Todo esto, sin duda, ayuda al inversionista a tomar decisiones más acertadas que si lo hiciera simplemente basado en la mera intuición, sin embargo, cualquier inversión conlleva un nivel de riesgo, que Franco y Franco (2005) definen como "la posibilidad de pérdida o ganancia, debido a los cambios sobre los factores que afectan el valor de un activo" el cual es muy importante que sea identificado, medido, controlado y monitoreado por el inversor.

Una de las metodologías más aceptadas para la medición del riesgo por el sistema financiero a nivel mundial es el VaR (Value at Risk), presentada al mercado en 1994 por la firma americana JP Morgan. Si bien, como se verá más adelante, no es una

medida coherente de riesgo, el VaR sí que presenta una serie de propiedades que le otorgan ventajas significativas frente a otros modelos existentes, como las siguientes:

- ✓ Puede aplicarse a cualquier tipo de portafolio, así estos sean de instrumentos no lineales o no normales, de renta fija o variable.
- ✓ Su unidad de medida se expresa en unidades monetarias, lo cual lo hace más fácil de entender.
- ✓ Es holístico, ya que tiene en cuenta distintos factores de riesgos, sin necesidad de considerar uno a la vez.
- ✓ Es probabilístico y expresa en valor la pérdida máxima a la que está expuesto el inversionista.

Por las razones anteriores, la metodología VaR fue la escogida para la medición del riesgo del portafolio en el desarrollo de éste trabajo, para mayor ilustración se abordarán distintos métodos disponibles en la literatura y que guardan diferencias entre sí:

- ✓ Método Paramétrico (Delta Normal)
- ✓ Método Paramétrico (Volatilidad Dinámica EWMA)
- ✓ Método No Paramétrico (Histórico)
- ✓ Método Montecarlo (Risk Simulator)

En términos generales, el VaR es definido como una medida estadística del riesgo, que estima la perdida máxima que podría generar un portafolio en un intervalo de tiempo, y con cierto nivel de confianza, bajo condiciones de mercado normales. Como se deduce de la definición, cualquiera que sea el método a utilizar, los parámetros tiempo (t) y nivel de confianza (1-α) siempre estarán presentes, el nivel de confianza está asociado a la probabilidad $Prob(1-\propto)\%$ de exceder el nivel de pérdidas estimado, que se puede reescribir como $Prob(x < -VaR) = Z$. Todos los enfoques que se presentaran a continuación se trabajaran con los siguientes datos: un nivel de significación (α) del 5%, un horizonte de tiempo de 1 día, los datos históricos serán la serie de precios de las acciones que componen

el portafolio para un periodo de 2 años, desde febrero de 2017 a febrero de 2019 y dado que el VaR permite presentar la pérdida potencial en unidades monetarias, se asumirá una inversión de $100.000.000 para todo el portafolio, sobre éste último valor, es importante saber que para cada activo, el valor de la inversión representa la posición actual del inversionista VA que es igual al producto entre el precio de la acción en el momento t (S_t) y el número de acciones adquiridas (N), $VA = S_t * N$

5.4.1. VaR Por El Método Paramétrico (Delta Normal)

Realizar el análisis del VaR a través del método paramétrico, implica que el inversor asuma que la distribución de rentabilidades de los activos que componen su cartera siguen una distribución normal multivariante y que son función lineal de sus factores (Novales, 2016).

Lo anterior simplifica los cálculos, permitiendo obtener el VaR de forma analítica a partir de la desviación estándar del portafolio, multiplicando ésta por el factor Z que es función del nivel de confianza y el horizonte de tiempo.

La fórmula entonces es $VaR = Z * VA * \sigma * \sqrt{t}$ donde σ es la desviación estándar clásica de la serie de rentabilidades suavizadas, obtenida a partir de la serie de precios de cierre, los demás parámetros ya fueron definidos.

Esquemáticamente el proceso es el siguiente:

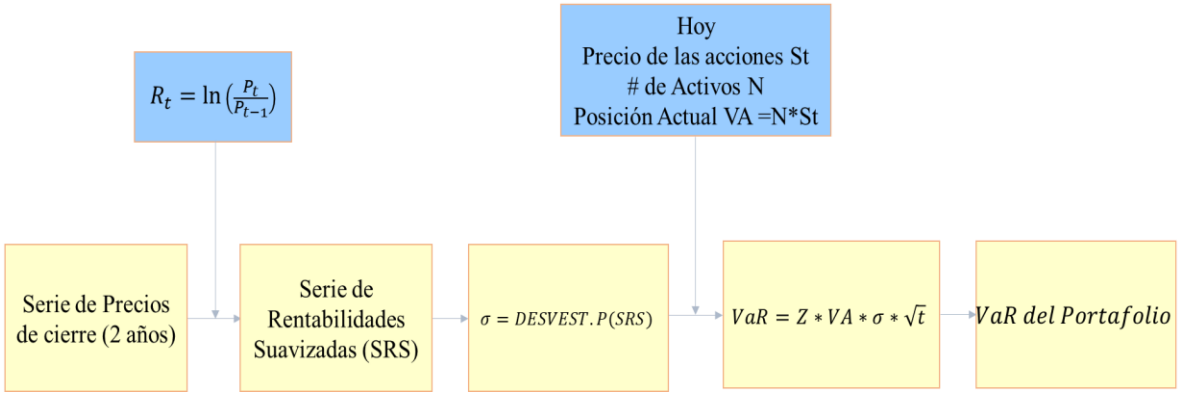


Ilustración 51. Proceso para calcular VaR a través de metodología Delta – Normal. Fuente: Elaboración propia.

En cuanto al desarrollo práctico usando la herramienta Excel, los pasos son los siguientes:

1. Se establece la serie de rentabilidades suavizadas, a partir de los precios de cierre de cada una de las acciones.

Tabla 38. Fórmula de rentabilidad logarítmica (suavizada)

=LN(B6/B5)

	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
	DIS	JNJ	JPM	MCD	PG	XOM	RENTABILIDADES			
7	110,09	122,21	90,62	127,65	91,07	81,32	DIS	JNJ	JPM	MCD
7	111,04	123,86	93,60	129,05	91,66	83,02	=LN(B6/B5)	1,3411%	3,2355%	1,0908%
7	110,59	123,63	92,14	128,23	90,91	83,30	-0,4061%	-0,1859%	-1,5721%	-0,6374%

Fuente: Elaboración propia

2. Se calcula la desviación estándar para la distribución de rentabilidades de cada acción, asumiendo que ésta sigue una distribución normal o gaussiana.

Tabla 39. Fórmula de desviación estándar

4	RENTABILIDADES							RMSE	0,0003368	0,0005626
5	DIS	JNJ	JPM	MCD	PG	XOM				
6	0,0592%	1,3411%	3,2355%	1,0908%	0,6458%	2,0690%				
7	-0,4061%	-0,1859%	-1,5721%	-0,6374%	-0,8216%	0,3367%		VOLATILIDAD	DIS	JNJ
8	0,5860%	0,1293%	0,7137%	-0,2577%	-0,4520%	-1,0135%		CLÁSICA	=+DESVEST.P(H6:H508)	1,1267%
9	-0,5137%	-0,0646%	-0,9528%	0,1016%	-0,1437%	0,4477%		EWMA T	1,274%	1,406%
10	0,1715%	0,0970%	-0,5564%	0,0312%	-0,0886%	-0,3750%		EWMA(T+1)	1,265%	1,395%

Fuente: Elaboración propia

3. Se distribuye el total de la inversión ($100.000.000) de acuerdo con la participación de cada acción que arroja el portafolio optimizado, dado que éste trabajo tiene un enfoque de minimización del riesgo, se optó por el portafolio que arroja el modelo de multiplicadores de Lagrange cuando se le asigna una rentabilidad de 0,025%, recordando que ésta última corresponde al limité inferior que arroja solver para el mínimo riesgo.

W_1		15,3%				
W_2		11,3%	DIS	0,005%		
W_3		9,7%	JNJ	0,022%		
W_4	=	21,0%	JPM	0,028%	R. PORT.	0,0250%
W_5		29,2%	MCD	0,073%	RIESGO	0,3055%
W_6		13,5%	PG	0,016%		
λ_1		0,3%	XOM	-0,006%		
λ_2		-0,005%				

Ilustración 52. Portafolio óptimo para una rentabilidad de 0,025% a través de modelo de Multiplicadores de Lagrange. Fuente: Elaboración propia

Al aplicar la distribución, se obtienen las siguientes posiciones actuales:

Tabla 40. Posición actual para cada acción.

VaR PARAMÉTRICO MODELO DELTA NORMAL					$VaR = Z * VA * \sigma * \sqrt{t}$
VALOR A INVERTIR	100.000.000				
ACTIVO	DIS	JNJ	JPM	MCD	PG
INVERSIÓN	15,3%	11,3%	9,7%	21,0%	29,2%
# ACTIVOS	135.359	82.490	92.933	114.080	296.662
ULTIMO PRECIO	113	137	104	184	99
VA (COP)	$ 15.273.955	$ 11.271.443	$ 9.698.462	$ 20.972.531	$ 29.236.031

Fuente: Elaboración propia

Para obtener el número de activos, simplemente se toma el último precio de la acción y se divide el VA entre éste.

4. Para obtener el VaR sólo falta determinar el valor Z que es función del nivel de confianza (NC), el cual ya se dijo, se trabajará al 95% para todos los enfoques. El valor Z corresponde al número de desviaciones estándar comprendidas entre la media y el punto a partir del cual exista una probabilidad del 5% de que las pérdidas excedan el VaR, sobre una distribución normal con media cero y varianza 1 N(0,1). Dado que se está hablando de pérdidas, se busca trabajar sobre la cola izquierda de la campana, de tal forma que el valor arrojado sea negativo, en Excel se logra esto mediante el uso de la función DISTR.NORM.ESTAND.INV(probabilidad) con probabilidad de 1 – NC.

Tabla 41. Determinación del valor Z

VaR			
VALOR A INVERTIR	100.000.000		
ACTIVO	DIS	JNJ	JPM
INVERSIÓN	15,3%	11,3%	9,7%
# ACTIVOS	135.359	82.490	92.933
ULTIMO PRECIO	113	137	104
VA (COP)	$ 15.273.955	$ 11.271.443	$ 9.698.462
NIVEL DE CONFIANZA	95%	95%	95%
Z	=+DISTR.NORM.ESTAND.INV(1-AB18)	-1,644853627	-1,644853627
DESVIACIÓN	1,1721%	1,1267%	1,2183%

Fuente: Elaboración propia

5. Ahora, con los elementos anteriores se procede a calcular de forma directa el valor del VaR, mediante la formula $VaR = Z * VA * \sigma * \sqrt{t}$, en éste punto, vale la pena aclarar que se extrae la raíz cuadrada al tiempo, debido a que en las series financieras los precios de los activos se comportan como una caminata aleatoria, y los retornos se consideran independientes, en cuyo caso el uso de la raíz permite escalonar la volatilidad.

Tabla 42. Cálculo del VaR en Excel del modelo Delta - Normal

fx =+AB19*AB17*AB20*RAIZ(AB21)

AA	AB	AC	AD
ACTIVO	DIS	JNJ	JPM
INVERSIÓN	15,3%	11,3%	9,7%
# ACTIVOS	135.359	82.490	92.933
ULTIMO PRECIO	113	137	104
VA (COP)	$ 15.273.955	$ 11.271.443	$ 9.698.462
NIVEL DE CONFIANZA	95%	95%	95%
Z	- 1,644853627	-1,644853627	-1,644853627
DESVIACIÓN	1,1721%	1,1267%	1,2183%
HORIZONTE (DIAS)	1	1	1
VAR ($)	=+AB19*AB17*AB20*RAIZ(AB21)	-$ 208.881,8	-$ 194.345,8
VAR(%)	-1,928%	-1,853%	-2,004%

Fuente: Elaboración propia.

Como se puede ver, el VaR está expresado en términos nominales, a partir de éste se puede obtener el VaR en términos relativos, basta con dividir el VaR nominal entre el VA, $VaR(\%) = VaR(\$)/VA$

6. Finalmente, teniendo ya el VaR de cada uno de los activos que componen la cartera, se procede a determinar el VaR del portafolio, en el cual se espera que se cumpla la regla de subaditividad, la cual indica que "el riesgo global de un portafolio formado por dos o más activos es menor o igual que la suma de los riesgos individuales". (Franco & Franco, 2005, p.48).

La regla de la subaditividad fundamenta el efecto que tiene la diversificación sobre los portafolios, tal efecto dependerá, en todo caso, de la correlación existente entre los diferentes activos; así, una alta correlación hará que el riesgo del portafolio tienda a ser igual a la suma de los riesgos individuales y viceversa. Considerando que las acciones que componen la cartera objeto de éste estudio representan distintos factores de riesgo, se incorporan las correlaciones para llegar al VaR diversificado, la formula matricial es la siguiente:

$$(VaR_p)^2 = [VaR_i]^T . [\rho_{ij}] . \begin{bmatrix} V \\ a \\ R_i \end{bmatrix}$$

Donde:

VaR_p: VaR del Portafolio

$[VaR_i]^T$: Vector de los VaR individuales Transpuesto

$[\rho_{ij}]$: Matriz simétrica de correlaciones.

En Excel, las operaciones son las siguientes:

a) A través de la herramienta análisis de datos generar la matriz de correlaciones e igualar el lado derecho al izquierdo para establecer simetría.

b) Con la función MMULT(matriz1;matriz2), hallar el producto matricial entre la matriz de correlaciones y el vector de VaR individuales.

Tabla 43. Producto matricial entre la matriz de correlaciones y el vector de VaR Individuales

JMA =MMULT(B22:G22;$B$13:$G$18)

A	B	C	D	E	F	G
	V.DIS	*V.JNJ*	*V.JPM*	*V.MCD*	*V.PG*	*V.XOM*
V.DIS	1	0,28085177	0,423742067	0,210586041	0,278810416	0,437838279
V.JNJ	0,28085177	1	0,372724375	0,326483411	0,403733781	0,394154337
V.JPM	0,423742067	0,372724375	1	0,280054049	0,195411377	0,49227671
V.MCD	0,210586041	0,326483411	0,280054049	1	0,296742752	0,266745639
V.PG	0,278810416	0,403733781	0,195411377	0,296742752	1	0,282633205
V.XOM	0,437838279	0,394154337	0,49227671	0,266745639	0,282633205	1

VaR PARAMÉTRICO MODELO DELTA NORMAL

	DIS	JNJ	JPM	MCD	PG	XOM
VAR ($)	-$ 294.480,7	-$ 208.881,8	-$ 194.345,8	-$ 380.318,1	-$ 487.076,2	-$ 251.056,8
VAR(%)	-1,928%	-1,853%	-2,004%	-1,813%	-1,666%	-1,853%
VaR Sin Diversificación	-$ 1.816.159,3					
VaR del Portafolio	=MMULT(B22:G22;$B	- 783.796,37	- 722.264,19	- 776.460,02	- 875.304,11	- 797.107,33
	1,45004E+12					
	- 1.204.177					

Fuente: Elaboración propia

c) De nuevo utilizar la función MMULT para hallar el producto matricial entre el vector del punto 6.2 y el vector de VaR individuales transpuesto.

d) Finalmente, extraer raíz cuadrada al resultado obtenido en el punto 6.3.

Por último, es importante aclarar que el VaR del portafolio para los diferentes métodos en estudio es idéntico la que se acaba de desarrollar.

5.4.2. Método Paramétrico (Volatilidad Dinámica EWMA)

El desarrollo del VR por el método de delta normal implica, además de asumir normalidad, suponer que la varianza de los rendimientos es constante. De acuerdo con Alonso y Semaán (2009) este es un supuesto muy fuerte, puesto que los rendimientos presentan el fenómeno denominado "Volatily Clustering", tal afirmación cobra aún más sentido en el caso de los activos cotizados en la bolsa de valores de new York, si consideramos su elevado nivel de transacciones.

Como alternativa a la dificultad anterior, aparecen modelos que operan con varianzas no constantes, como son: varianza móvil, EWMA y modelos de la familia GARCH. Para este trabajo se decidió la aplicación del modelo EWMA (Exponential Weighted Moving Average), dada su popularidad y fácil aplicación para el inversionista.

EWMA pondera de manera diferente cada observación de tal forma que asigna mayor peso a las observaciones más recientes (Ver Alonso y Berggrun 2008). La varianza en el periodo t es:

$$\sigma_t^2 = (1-\lambda) * R_{t-1}^2 + \lambda\sigma_{t-1}^2$$

Donde λ corresponde a un factor de decaimiento con $0 < \lambda < 1$, σ^2es la varianza en el periodo t, t_{-1} y R_{t-1}^2 el cuadrado de la rentabilidad en el periodo t_{-1}

La ecuación anterior, implica que la varianza de hoy será igual a λ veces la volatilidad del día anterior más el cuadrado de la rentabilidad del día anterior.

El valor de λ puede ser determinado mediante medidas de bondad de ajuste, uno de los más recomendados es el de minimizar la Raíz del Error Cuadrático Medio (RMSE), sin embargo, la financiera JP Morgan, en su técnica Risk Metrics llevó a cabo múltiples ensayos y concluyo que se pueden tomar valores de $\lambda = 0.94$ para datos diarios y $\lambda = 0.97$ para datos mensuales.

El cálculo del VaR por ésta metodología exige los mismos pasos que se siguen en el modelo delta normal, claro está, en la formulación se reemplaza la desviación estándar clásica por la raíz cuadrática de la varianza EWMA, quedando la formulación asi:

$$VaR = Z * VA * \sigma_{EWMA} * \sqrt{t}$$

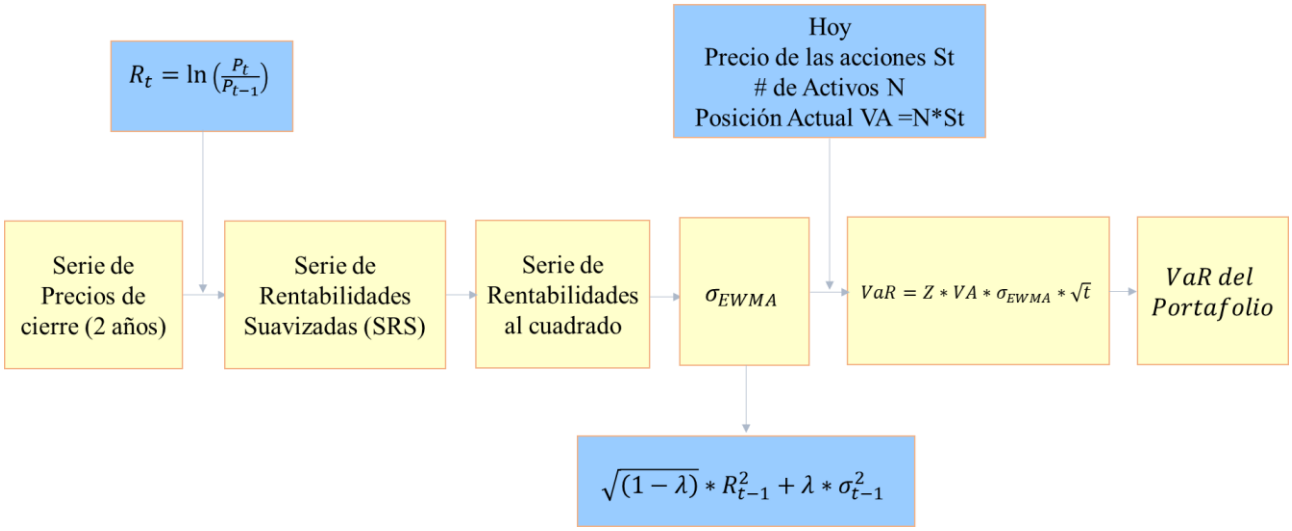


Ilustración 53. Proceso para calcular VaR a través de la metodología de Volatilidad Dinámica EWMA. Fuente: Elaboración propia

Esquemáticamente el proceso se puede describir de la siguiente manera:

Para establecer la varianza dinámica se siguen los siguientes pasos en Excel.

1. A partir de las series de rentabilidades suavizadas se obtienen las rentabilidades al cuadrado para cada observación.
2. En el momento t se calcula la varianza EWMA con e $\lambda = 0.94$ y la varianza en el tiempo t_{-1} inicial será la varianza muestral de la serie de rendimientos.

Tabla 44. Cálculo de la varianza EWMA

R^2 (RENTABILIDAD AL CUADRADO)						Varianza	
DIS	JNJ	JPM	MCD	PG	XOM	DIS	JNJ
0,0074%	0,0180%	0,1047%	0,0119%	0,0042%	0,0428%	0,0138%	0,0127%
0,0016%	0,0003%	0,0247%	0,0041%	0,0068%	0,0011%	=(1-$U$1)*N5+$U$1*T5	0,0130%
0,0034%	0,0002%	0,0051%	0,0007%	0,0020%	0,0103%	0,0127%	0,0123%

Fuente: Elaboración propia

3. Por último, se extrae la raíz cuadrada a la varianza EWMA en el tiempo t para hallar la volatilidad σ_{EWMA}

5.4.3. Método No Paramétrico (Histórico)

Hasta el momento se han mostrado dos metodologías para determinar el valor en riesgo, ambas denominadas paramétricas puesto que dependen de que se pueda encontrar el valor de la varianza, también, las dos exigen que el inversionista asuma que la distribución es normal, y en el caso del método delta normal se debe suponer que la varianza es constante; estas presunciones pueden debilitar la eficacia del modelo, ya que el comportamiento de las series de rentabilidades no siempre suelen obedecer a esos comportamientos. Una propuesta alternativa, que no requiere de parámetros, es el método histórico.

El método histórico, si bien no requiere hacer supuestos sobre la distribución, requiere suponer que el escenario futuro será el mismo que el pasado, o lo que es lo mismo, que la cartera que hoy elegimos es la misma que habríamos elegido en cualquier momento anterior. Otras características importantes es que puede acomodar volatility clostiring y que trabaja bien en horizontes de tiempo h cortos, como el caso de éste trabajo, para intervalos más amplios se aplica un factor de escala para transformar el VaR a 1 dia en un VaR a h días.

La formulación matemática para el cálculo del VaR por el método histórico es ciertamente simple, pues se trata de hallar el p-cuántil de la serie de rendimientos, dado un nivel de significación $\propto = 1 - \rho$ donde ρ es el nivel de confianza que el inversionista desea aplicar, en éste trabajo se viene trabajando el 95%. La fórmula entonces será:

$$VaR = VA * percentil(R, \propto) * \sqrt{t}$$

Donde R corresponde a la serie de rentabilidades

Esquemáticamente el proceso es el siguiente:

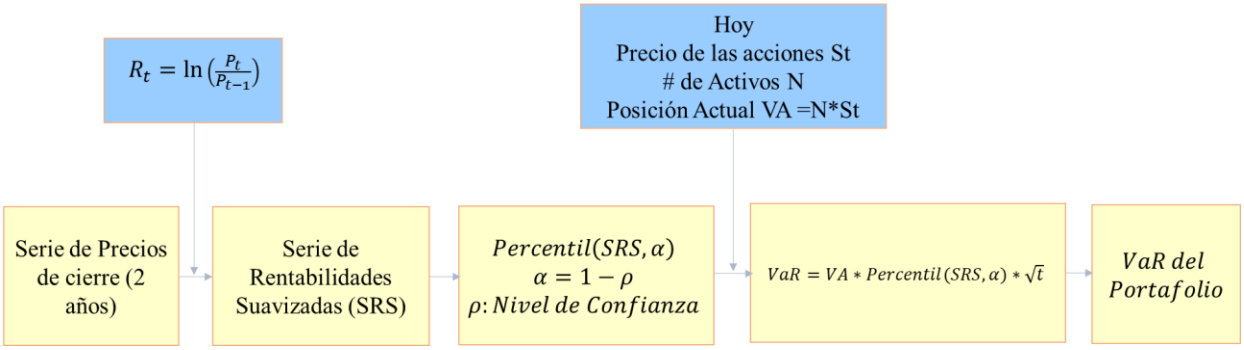


Ilustración 54. Proceso para calcular el VaR a través del Método Histórico. Fuente: Elaboración propia

Para el desarrollo en Excel, se siguen los pasos 1 y 3 de la metodología delta normal para hallar la serie de rendimientos y establecer el VA de cada activo, luego, utilizando un nivel de confianza $\rho = 95\%$ se halla el percentil correspondiente al 5% en éste caso, para ello se puede recurrir a la función PERCENTIL(matriz,k) donde $k = \propto con\ 0 < \alpha < 1$

Tabla 45. Cálculo del percentil de los rendimientos con una confianza del 95%

DIS	JNJ
0,8592%	1,3411%
0,9277%	0,4111%
-0,3054%	-0,0903%
-0,6487%	0,9238%
1,2933%	0,4385%
0,3467%	0,0648%
0,2247%	0,1860%
-0,2074%	-0,2184%
-0,7554%	-0,1053%
-0,3143%	0,2915%
-2,4339%	-0,2996%
-0,4040%	0,5015%

VaR NO PARAMÉTRICO, MODELO HISTÓRICO

VALOR A INVERTIR	100.000.000	
ACTIVO	DIS	JNJ
INVERSIÓN	15,3%	11,3%
# ACTIVOS	135.359	82.490
ULTIMO PRECIO	113	137
VA (COP)	$ 15.273.955	$ 11.271.443
NIVEL DE CONFIANZA	95,0%	95,0%
PERCENTIL DEL VaR	=PERCENTIL($H$5:$H$507;1-AB48)	-0,017862318
HORIZONTE	1	1

Fuente: Elaboración propia

Finalmente, se obtiene el VaR aplicando la fórmula de forma directa.

Tabla 46. Cálculo del VaR para cada acción a través del método Histórico

VaR NO PARAMÉTRICO, MODELO HISTÓRICO			
VALOR A INVERTIR	100.000.000		
ACTIVO	DIS	JNJ	JPM
INVERSIÓN	15,3%	11,3%	9,7%
# ACTIVOS	135.359	82.490	92.933
ULTIMO PRECIO	113	137	104
VA (COP)	$ 15.273.955	$ 11.271.443	$ 9.698.462
NIVEL DE CONFIANZA	95,0%	95,0%	95,0%
PERCENTIL DEL VaR	-0,017862318	-0,017862318	-0,017862318
HORIZONTE	1	1	1
VaR $	=AB47*AB49*RAIZ(AB50)	- 201.334,099	- 173.237,019
VaR %	-1,786%	-1,786%	-1,786%

Fuente: Elaboración propia.

5.4.4. Método Montecarlo (Risk Simulator)

Al igual que el modelo histórico, el de Montecarlo es un método no paramétrico, pero a diferencia del mismo, no requiere suponer que el escenario futuro será el mismo que el pasado, ya que obtiene la mejor distribución de probabilidad a partir de la serie de rentabilidades suavizadas de cada activo, para luego, mediante simulación de escenarios, en un numero apropiado, generar números aleatorios que sigan dicha distribución, a partir de los cuales se obtiene el percentil al nivel de confianza deseado y por último el VaR respectivo.

Como se puede observar, es una metodología que supera las debilidades que tienen los anteriores, sin embargo, la fiabilidad de los resultados (outputs) dependerá en gran medida de la calidad de la información inicial (inputs), adicionalmente, su ejecución es

mucho más robusta, por lo cual conviene tener un software especializado, como es el caso del Risk Simulator utilizado para la realización de éste trabajo.

El proceso descrito se puede esquematizar de la siguiente manera.

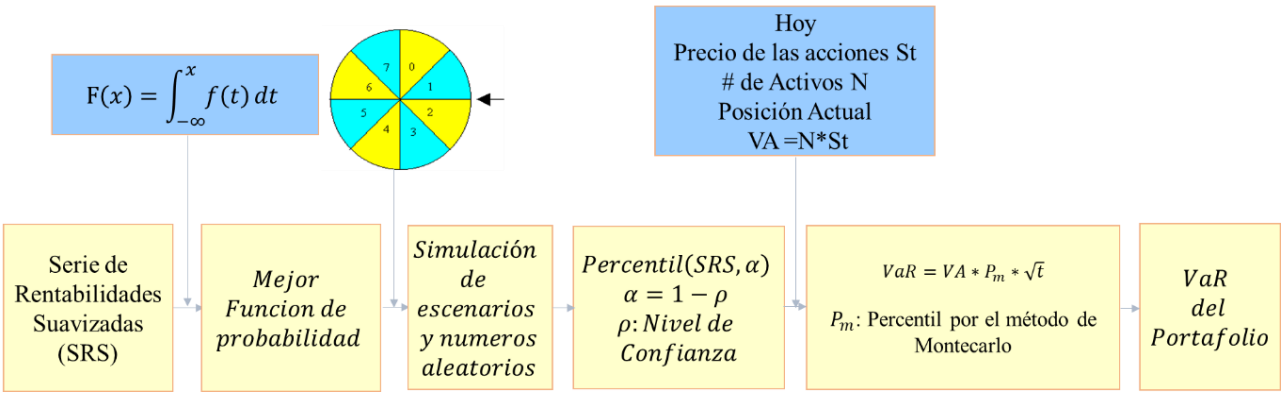


Ilustración 55. Proceso para calcular el VaR a través del Método Montecarlo. Fuente: Elaboración propia

En Excel se siguieron los siguientes pasos, utilizando el complemento licenciado Risk Simulator (RS), la licencia de dicho software tiene costo, en nuestro caso fue suministrado por la universidad, también se puede descargar el demo licenciado por 15 días de la página https://www.software-shop.com/producto/risk-simulator.

1. Antes que nada se debe crear el perfil en el complemento RS, para lo cual se accede a través de la opción Nuevo Perfil, se asigna un nombre al perfil, se establece el número de pruebas (simulaciones) que para los propósitos de éste trabajo son 10.000.

2. Se siguen los pasos 1 y 3 de la metodología delta normal para hallar la serie de rendimientos y establecer el VA de cada activo.

3. El segundo paso es obtener las mejores distribuciones de probabilidad de cada activo, para lo cual se debe:

a. Seleccionar la serie de rentabilidades correspondiente, y de la ficha herramientas analíticas se selecciona la opción 11, ajuste de distribución (simple).
b. En la ventana de ajuste único se elige la opción de ajuste para distribución continua, toda vez que los datos de rentabilidad que se tienen están suavizados, y se trabaja con la prueba de Kolmogorov – Smirnov[3], seleccionando todas las distribuciones.
c. Finalmente se observan las distintas distribuciones sugeridas por RS y se seleccionan aquella que tenga el mayor valor P.

[3] La prueba de Kolmogorov – Smirnov se encarga de comparar las distribuciones teóricas con las empíricas y es ampliamente recomendada para distribuciones continuas.

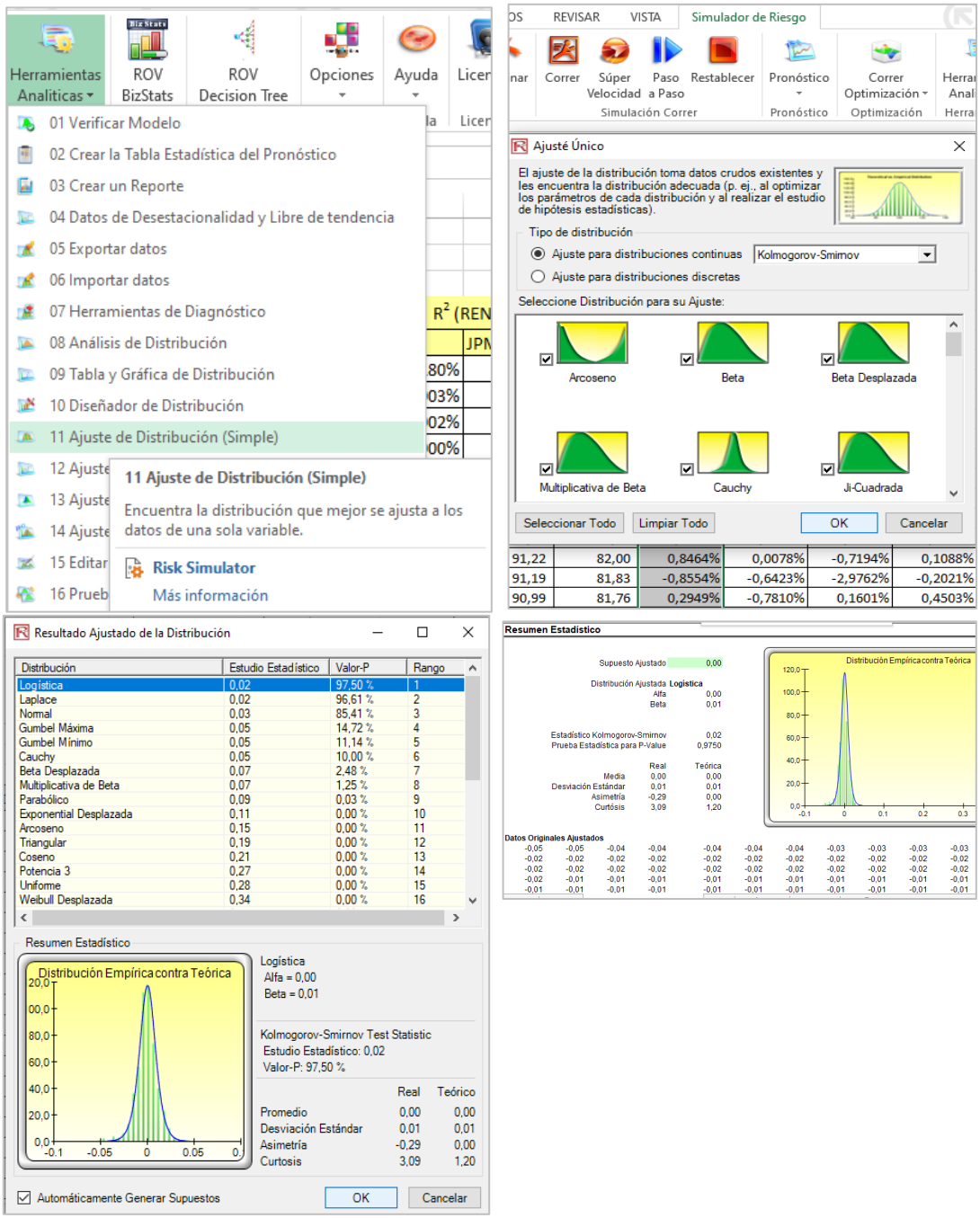


Ilustración 56. Obtención de la distribución de mejor ajuste en Risk Simulator. Fuente: Elaboración propia

4. En la hoja de trabajo se estructura el modelo, y se copia[4] el supuesto ajustado en la celda de rentabilidad esperada respectiva. La celda de rentabilidad simulada será igual a la de rentabilidad esperada.

5. Con los datos anteriores se procede a generar los escenarios, para ello se siguen los siguientes pasos:

   a. Parados en la celda de rentabilidad simulada, se selecciona la ficha de pronóstico de salida.
   b. Se asigna un nombre al pronóstico y se introducen los parámetros de nivel de precisión, el cual corresponde al nivel de confianza (NC), en éste caso 95%, y nivel de error que debe ser igual a 1 – NC.
   c. Finalmente se le pide que muestre la ventana de pronóstico y se corre la simulación[5]. Si todo se ha hecho correctamente, la celda de salida (rentabilidad simulada) cambiará de color y en una nueva hoja aparecerán los datos del resultado.

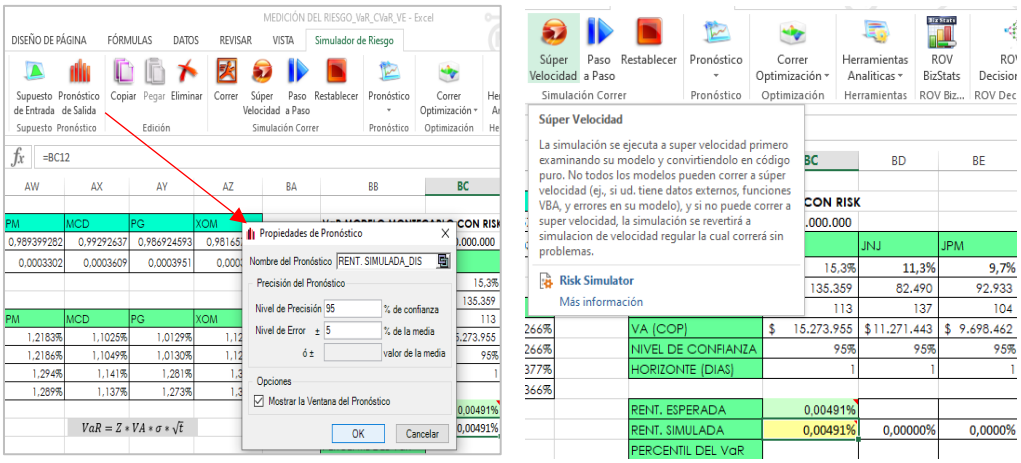


Ilustración 57. Simulación de escenarios. Fuente: Elaboración propia

[4] Cuando se trabaja en Risk Simulator se debe usar la opción de copiar y pegar del complemento, de ésta forma el objeto copiado mantendrá las características de variable aleatoria.
[5] En éste paso se puede hacer uso de la opción super-velocidad, especialmente cuando se han establecido un alto número de simulaciones.

6. Ahora, en la ventana de pronósticos de salida, se parametriza el VaR para que muestre el valor que delimita el 5% de datos presentes en la cola derecha, se trabaja en ésta zona debido a que interesa explorar el valor de pérdidas máximas que se pueden presentar con un 95% de confianza. La siguiente gráfica ilustra los parámetros establecidos para la acción de Disney (DIS).

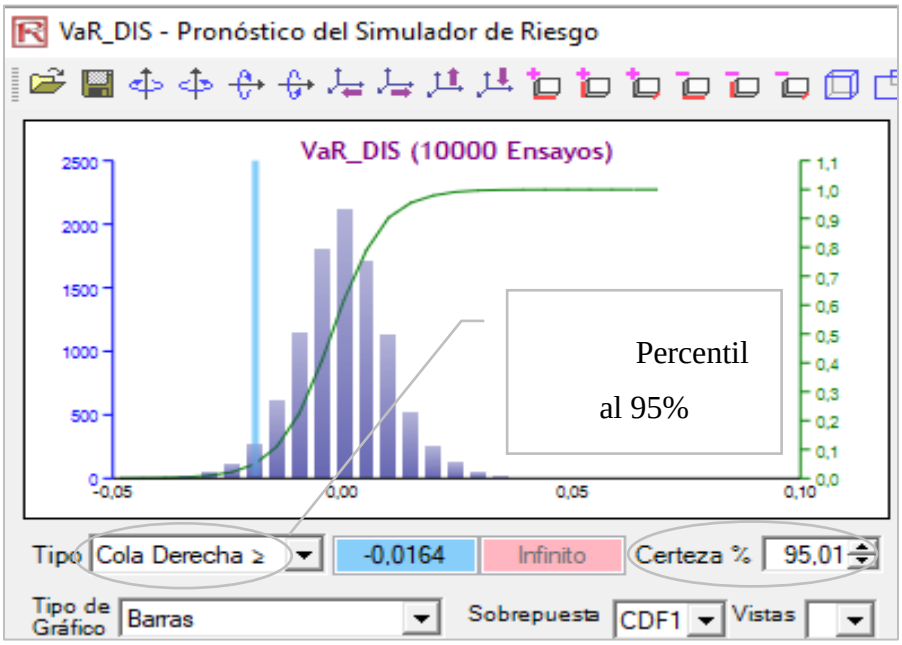


Ilustración 58. Gráfica de pronóstico de simulador de riesgo de acción de Disney DIS. Fuente: Elaboración propia

7. Por último, se copia el percentil en el modelo montado y se calcula el VaR en pesos de forma directa, aplicando la formula $VaR = VA * P_m * \sqrt{t}$ donde P_m es el percentil obtenido del pronóstico de simulador de riesgos por el método Montecarlo.

Los pasos anteriores se repiten para cada acción del portafolio, y de esta forma se llega al VaR del portafolio[6].

Tabla 47. Cálculo del VaR para cada acción a través de modelo Montecarlo

VaR MODELO MONTECARLO CON RISK

$$VaR = P_m * VA * \sqrt{t}$$

VALOR A INVERTIR	100.000.000					
ACTIVO	DIS	JNJ	JPM	MCD	PG	XOM
INVERSIÓN	15,3%	11,3%	9,7%	21,0%	29,2%	13,5%
# ACTIVOS	135.359	82.490	92.933	114.080	296.662	171.423
ULTIMO PRECIO	113	137	104	184	99	79
VA (COP)	$ 15.273.955	$ 11.271.443	$ 9.698.462	$ 20.972.531	$ 29.236.031	$ 13.547.578
NIVEL DE CONFIANZA	95%	95%	95%	95%	95%	95%
HORIZONTE (DIAS)	1	1	1	1	1	1
MEJOR DISTRIBUCIÓN	Logística	Laplace	Logística	Laplace	Logística	Laplace
RENT. ESPERADA	0,00491%	0,02219%	0,02807%	0,07252%	0,01569%	-0,00568%
RENT. SIMULADA	0,00491%	0,02219%	0,0281%	0,0725%	0,0157%	-0,0057%
PERCENTIL DEL VaR	-1,64000%	-1,70000%	-1,72000%	-1,68000%	-1,26000%	-1,83000%
VAR ($)	- 250.492,9	- 191.614,5	- 166.813,6	- 352.338,5	- 368.374,0	- 247.920,7
VAR(%)	-1,640%	-1,700%	-1,720%	-1,680%	-1,260%	-1,830%

Fuente: Elaboración propia

Como se aclaró al final del modelo Delta Normal, el VaR del portafolio se obtiene de forma idéntica para todas las metodologías desarrolladas, y lo que se espera es que siempre el VaR del portafolio sea menor al VaR sin diversificación (ley de subaditividad). A continuación se presenta un resumen de los resultados obtenidos y el impacto de la diversificación.

Tabla 48. Impacto de la diversificación del portafolio

[6] Se recuerda que para llegar al VaR del portafolio se deben seguir los mismos pasos desarrollados en el punto 6 del método Delta Normal

METODO	VAR SIN DIVERSIFICAR	VAR DEL PORTAFOLIO	DIFERENCIA
DELTA NORMAL	- 1.816.159,3	- 1.204.177,0	-34%
EWMA	- 1.727.051,1	- 1.152.701,0	-33%
HISTÓRICO	- 1.786.231,8	- 1.189.645,0	-33%
MONTECARLO	- 1.577.554,1	- 1.043.668,0	-34%

Fuente: Elaboración propia

Como es posible apreciar, la diversificación del portafolio disminuye en promedio un 33,5% la máxima pérdida esperada con un nivel de confianza del 95%, en un horizonte de tiempo de un día, bajo condiciones normales de mercado.

De la tabla también se puede notar que cada método arroja un valor del VaR diferente, siendo Montecarlo el más bajo y Delta Normal el más alto, sin embargo, esto no permite concluir cuál de todos es el más adecuado para medir el riesgo del portafolio en estudio, puesto que se trata de un pronóstico. En el objetivo 5 se mostrará una metodología para medir cuál de los métodos es el más adecuado a cada acción, mediante el test de Kupiec.

Los diferentes métodos de cálculo del VaR pueden observarse en profundidad en la Hoja “VaR” del archivo anexo de Excel “MÉTODOS VaR CON BACKTESTING.xls”.

5.4.5. Valor en Riesgo condicional (CVaR)

Como se mencionó al inicio del capítulo sobre el VaR, ésta es una metodología ampliamente conocida y aceptada por operadores y reguladores de los mercados financieros, sin embargo, según Franco y Franco (2005) se trata de una medida incoherente de riesgo desde el punto de vista matemático que se reflejan en situaciones prácticas.

Teóricamente, se dice que una medida de riesgo coherente debe de satisfacer las propiedades de Monotonicidad, Homogeneidad Positiva, Subaditividad e Invarianza

Traslacional, (ver numeral 2.2.5 del marco teórico). En el numeral 2.2.5.6 se mencionó que Pflug (2000) comprobó que la metodología CVaR es una medida “coherente” por cumplir las dichas propiedades, igualmente se presentó la modelación matemática propuesta por Franco & Franco (2005).

Retomando la definición del CVaR (ver numeral 2.2.5.6), la cual indica que es la pérdida esperada para los casos en que la pérdida de valor de la cartera exceda el valor del VaR, se puede entonces plantear que es una medida complementaria que satisface las propiedades necesarias y que, además, es muy conveniente para evaluar las perdidas esperadas en condiciones extremas de mercado, que usualmente conllevan altas volatilidades.

Para el presente trabajo, se parte del VaR encontrado por el método de simulación de Montecarlo, se compara éste con la serie de rentabilidades del activo correspondiente y se seleccionan aquellas pérdidas que exceden al VaR, apartándolos para conformar una nueva serie, ahora, sobre la nueva serie se aplican los pasos del 1 al 7 seguidos en el método Montecarlo desarrollado anteriormente, al final, como es lógico, el CVaR será un valor siempre por encima del VaR.

A continuación se mostrarán los pasos seguidos para obtener la serie de valores que exceden al VaR, y los resultados obtenidos para cada activo después de aplicar la simulación por Montecarlo.

1. Mediante la función SI CONDICIONAL se compara el VaR de cada acción con su correspondiente serie de rentabilidades y se le ordena traer a una nueva celda aquellos valores que sean iguales o menores (menores debido a que los valores están ubicados en la cola derecha de la distribución).

Tabla 49. Fórmula para seleccionar las pérdidas que exceden al VaR

RENTABILIDADES		VaR MODELO MONTECARLO CON RISK		
DIS	JNJ	VALOR A INVERTIR	100.000.000	DIS
0,8592%	1,3411%	ACTIVO	DIS	=SI(H4<=P$14;H4;0)
-0,4061%	-0,1859%	INVERSIÓN	15,3%	0
0,5860%	0,1293%	# ACTIVOS	135.359	0
-0,5137%	-0,0646%	ULTIMO PRECIO	113	0
0,1715%	0,0970%	VA (COP)	$ 15.273.955	0
-0,0180%	0,2178%	NIVEL DE CONFIANZA	95%	0
0,1713%	1,4797%	HORIZONTE (DIAS)	1	0
-0,0991%	0,2062%			0
0,5395%	0,3717%	RENT. ESPERADA	0,00491%	0
0,7059%	0,2916%	RENT. SIMULADA	0,00491%	0
-0,3925%	1,4922%	PERCENTIL DEL VaR	-1,64000%	0
-0,1431%	-0,3885%			0
0,0447%	-0,3119%	VAR ($)	- 250.492,9	0
0,8464%	0,0078%	VAR(%)	-1,640%	0

Fuente: Elaboración propia

2. Se filtran y se sacan a parte todos los valores que exceden al VaR, y sobre éstos se aplica el mismo procedimiento que se siguió para el VaR por simulación de Montecarlo.

Finalmente, se obtienen los siguientes resultados:

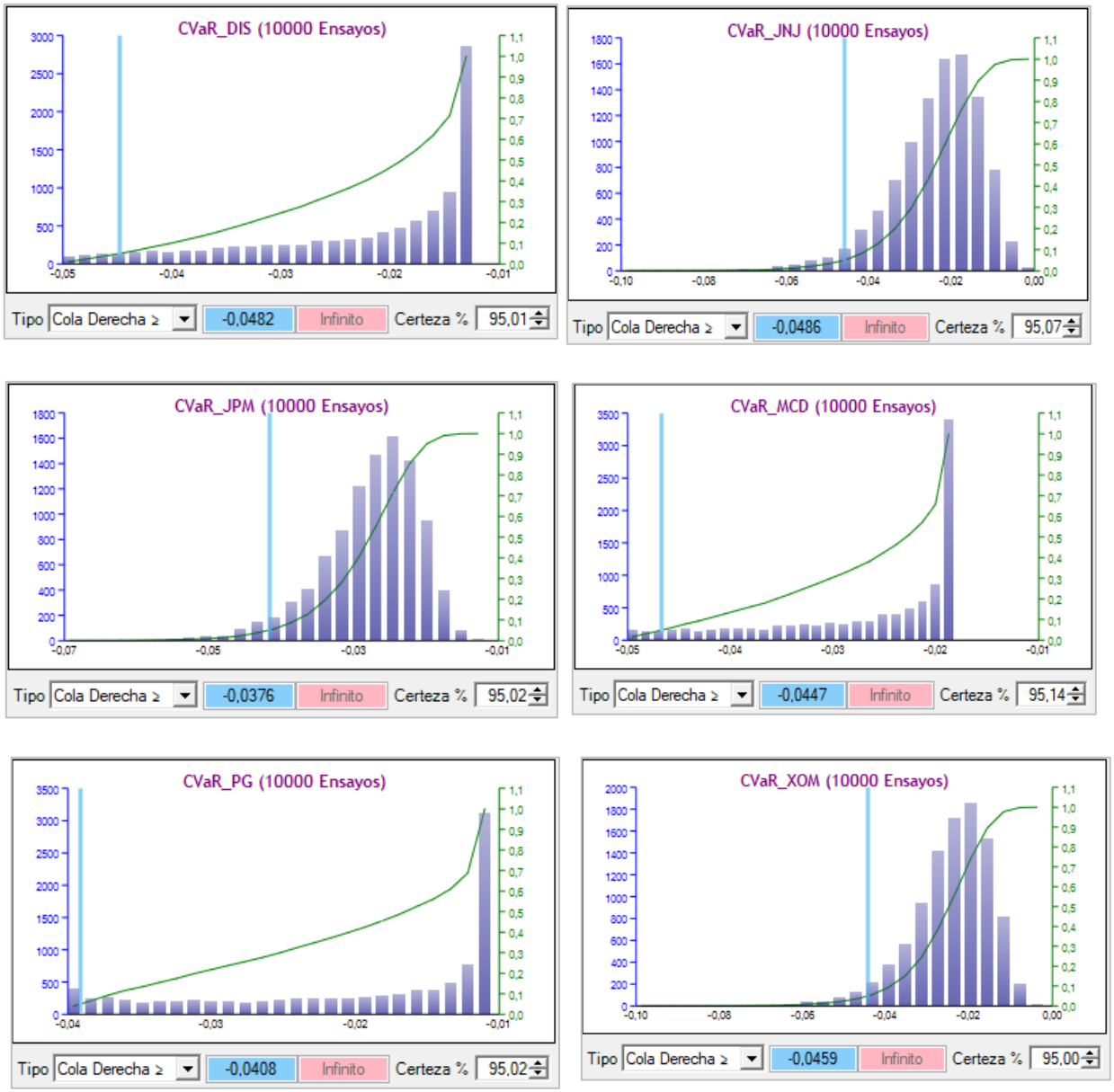


Ilustración 59. CVaR cola derecha para acciones del portafolio con nivel de confianza del 95% en Risk Simulator

Tabla 50. Cálculo de CVaR para cada acción a través de modelo Montecarlo

CVaR MODELO MONTECARLO CON RISK						
VALOR A INVERTIR	100.000.000					
ACTIVO	DIS	JNJ	JPM	MCD	PG	XOM
INVERSIÓN	15,3%	11,3%	9,7%	21,0%	29,2%	13,5%
# ACTIVOS	135.359	82.490	92.933	114.080	296.662	171.423
ULTIMO PRECIO	113	137	104	184	99	79
VA (COP)	$ 15.273.955	$11.271.443	$9.698.462	$ 20.972.531	$29.236.031	$13.547.578
NIVEL DE CONFIANZA	95%	95%	95%	95%	95%	95%
HORIZONTE (DIAS)	1	1	1	1	1	1
MEJOR DISTRIBUCIÓN	Multiplicativa de Beta	Gumbel Mínimo	Gumbel Mínimo	Multiplicativa de Beta	Multiplicativa de Beta	Gumbel Mínimo
RENT. ESPERADA	-2,5767%	-3,08850%	-2,6160%	-2,4103%	-2,0794%	-2,8078%
RENT. SIMULADA	-2,57671%	-3,08850%	-2,6160%	-2,4103%	-2,0794%	-2,8078%
PERCENTIL DEL VaR	-4,82000%	-4,86000%	-3,76000%	-4,47000%	-4,08000%	-4,59000%
VAR ($)	- 736.204,6	- 547.792,1	- 364.662,2	- 937.472,1	- 1.192.830,0	- 621.833,8
VAR(%)	-4,820%	-4,860%	-3,760%	-4,470%	-4,080%	-4,590%

Fuente: Elaboración propia

Esta metodología de cálculo del CVaR puede observarse en profundidad en el archivo anexo de Excel “METODO_CVaR.xls”.

Por último, al comparar el VaR y el CVaR obtenidos para los distintos activos, se puede evidenciar que siempre CVaR > VaR (en éste caso, en promedio es 3 veces mayor), por lo que cubre no sólo situaciones normales, sino también, situaciones de stress en el mercado.

De la comparación, es apreciable también que las distribuciones que mejor se ajustan en cada metodología son distintas, efectivamente, Abalesei (pag. 26,2017) demuestra que existe una “clase de distribuciones de valores extremos” dentro de ellas las más conocidas, Weibull maximal y minimal, Gumbel maximal y minimal, Fréchet maximal y minimal, Beta y Exponencial. A continuación se observan los resultados:

Tabla 51. Resumen análisis de riesgo VaR y CVaR

ACTIVO	VaR	CVaR	MEJOR DIST. VaR	MEJOR DIST. CVaR
Disney (DIS)	-1,640%	-4,820%	Logística	Multiplicativa de Beta
Johnson & Johnson (JNJ)	-1,700%	-4,860%	Laplace	Gumbel Mínimo
JPMorgan Chase & Co (JPM)	-1,720%	-3,760%	Logística	Gumbel Mínimo
McDonald's (MCD)	-1,680%	-4,470%	Laplace	Multiplicativa de Beta
Procter & Gamble (PG)	-1,260%	-4,080%	Logística	Multiplicativa de Beta
ExxonMobil (XOM)	-1,830%	-4,590%	Laplace	Gumbel Mínimo

Fuente: Elaboración propia

Cómo ya se mencionó, en el objetivo 5 se llevará a cabo las pruebas de desempeño al modelo, para determinar que metodología VaR se ajusta mejor a cada activo, y calibrar si es necesario.

5.5. Validación del modelo, pruebas de desempeño o Backtesting

Hasta el momento se ha desarrollado un modelo por etapas, con el objetivo de entregar una metodología válida para la optimización de portafolios sobre el mercado de renta variable de la bolsa de valores de New York, como sigue:

- Primera etapa: se preseleccionaron 10 acciones mediante criterios de análisis fundamental.
- Segunda etapa: se seleccionaron 6 acciones, aplicando un modelo de optimización en solver se descartaron aquellas que recibieron menor ponderación en la inversión, con esta selección se desarrollaron diferentes modelos de optimización de portafolios, buscando, en cada nuevo modelo, una mejora sustancial; adicionalmente, se desarrollaron dos modelos que involucran la tasa libre de riesgo (TLR) y el riesgo no diversificable o sistemático, LMC y CAPM respectivamente, el primero permite medir, dentro de los portafolios, cual está mejor posicionado

respecto de la TLR, y el segundo permite conocer la sensibilidad de la cartera frente al mercado (Dow Jones, en éste caso).

- Tercera etapa: mediante cadenas de markov se proyectó el portafolio, con la intención de conocer las probabilidades de baja, alta o estabilidad de la acción para el día siguiente.
- Cuarta etapa: se midió el riego de cada acción y del portafolio en su conjunto, aplicando las metodologías recomendadas por las Risk Metrics, VaR y CVaR.

De este modo se ha llegado a la quinta y última etapa, que consiste en, primero validar el modelo mediante la aplicación de pruebas de desempeño o backtesting a los VaR desarrollados para cada método, utilizando para ello el test de Kupiec y segundo determinar el método VaR más eficiente para cada acción y por último calibrar el modelo si no cumple los criterios de eficiencia exigidos por la prueba.

5.5.1. Metodología Backtesting

Backtesting es un método ampliamente utilizado para evaluar el VaR, pues su objetivo es validar su precisión, su ejecución es relativamente sencilla, consiste en comparar el valor en riesgo observado con las perdidas y/o ganancias reales (rentabilidad) dentro de un periodo de tiempo determinado, contando el número de veces que las pérdidas son superiores al VaR.

De acuerdo con Melo y Granados (pag. 137, 2011), el procedimiento comienza en el período n_1, que se tiene información hasta el período n y que el horizonte de pronóstico es 1. Luego:

1. Con la información hasta el período t, se calcula el valor en riesgo con un nivel de confianza α, para el período t + 1, $VaR^{\alpha}_{t+1|t}$, con t = n_1, n_1 + 1,…,n – 1.
2. A partir de los valores en riesgo estimados, se construye la serie de excepciones (o fallos) $I_{t+1|t}$, la cual se define como:

$$I_{\mathrm{t+1|t}}(\alpha) = \begin{cases} 1 \; si \; L_{t+1} \geq VaR^{\alpha}_{t+1|t} \\ 0 \; si \; L_{t+1} < VaR^{\alpha}_{t+1|t} \end{cases}$$

Por tanto, las excepciones $I_{\mathrm{t+1|t}}(\alpha)$ tienen una distribución Bernoulli (p) con p = 1 – α, donde p = E($I_{\mathrm{t+1|t}}(\alpha)$). Las principales propiedades que debe cumplir esta serie para un nivel de confianza dado son:

1. Propiedad de cubrimiento incondicional: la probabilidad de que se genere un exceso sobre el VaR reportado debe ser exactamente 1 – α; si se encuentra que la probabilidad de que el exceso tome valor de 1 es distinta de 1 – α, significa que el riesgo se está subestimando o sobrestimando, según sea el caso.
2. Independencia: cualquier par de elementos en la secuencia de fallos $\left(I_{\mathrm{t+j|t+j-1}}(\alpha), I_{\mathrm{t+k|t+k-1}}(\alpha)\right)$ deben ser independientes.

Las propiedades anteriores implican que la medición del cuantil de la función de pérdidas correspondiente al α × 100% de los retornos (negativos) es adecuada, y que las excepciones observadas no poseen ninguna información relevante para predecir otros fallos

El backtesting busca medir la eficiencia del modelo VaR, por lo que se suelen usar pruebas de hipótesis que verifiquen el cumplimiento de las propiedades mencionadas, la prueba más generalizada para éste propósito, y que será aplicada en ésta investigación, es la de Kupiec.

5.5.2. Test de Kupiec

El test de Kupiec (1995), es una prueba de proporción de fallas que verifica el cubrimiento de cubrimiento incondicional.

La hipótesis nula de esta prueba es $H_0: \rho = 1 - \alpha$. Esta hipótesis puede ser contrastada a través de una prueba de razón de verosimilitud de la siguiente forma:

$$LR_{uc} = -2ln\left(\frac{P^x(1-P)^{m-x}}{\hat{P}^x\left(1-\hat{P}\right)^{m-x}}\right) = 2\left(l\left(\widehat{\Pi}_0\right) - l(\Pi_P)\right)$$

Donde *x* representa el número de excepciones, m el número de observaciones incluidas en el backtesting y $\hat{P} = \frac{x}{m}$. El numerador del estadístico corresponde a la función de verosimilitud bajo la hipótesis nula, mientras que el denominador corresponde a la función de verosimilitud evaluada en el estimador de máxima verosimilitud no restringido de p. La distribución asintótica de esta prueba bajo la hipótesis nula es χ^2 con un grado de libertad.

Debido a sus propiedades asintóticas, esta prueba no es adecuada para los tamaños de muestras pequeños.

En el caso particular de la validación del VaR, Kupiec desarrollo unas regiones de no rechazo para distintos niveles de confianza ρ y días de observación T, con base en la distribución χ^2 con 1 grado de libertad, considerando la hipótesis nula de que ρ es estadísticamente igual a la probabilidad utilizada para el VaR contra la hipótesis alternativa de que ρ es diferente a dicha probabilidad.

Estas regiones fueron determinadas de los extremos de la máxima verosimilitud dada por la expresión: $L = -2ln(1-\rho)^{T-N}\rho^N + 2ln((1 - N/T)^{T-N}(N/T)^N)$

Donde ρ es la probabilidad de error, N es el número de veces que excedió el límite de VaR sobre T días y la relación N/T la frecuencia con que las pérdidas exceden el VaR.

Nivel de Probabilidad p	T=255 días	T=510 días	T=1000 días
0,01	N<7	1<N<11	4<N<17
0,025	2<N<12	6<N<21	15<N<36
0,05	6<N<21	16<N<36	37<N<65
0,075	11<N<28	27<N<51	59<N<92
0,1	16<N<36	38<N<65	81<N<120

Tabla 52. Región de no rechazo para el número de observaciones fuera de VaR (N)

Fuente: Elaboración propia

5.5.3. Backtesting sobre VaR Delta Normal.

El backtesting para los diferentes VaR en estudio sigue los mismos pasos, en términos generales, por razones prácticas se expondrá el desarrollo llevado a cabo sobre el VaR Delta Normal, y para los demás métodos se mostrarán únicamente los ajustes necesarios y los resultados obtenidos (Todos los desarrollos pueden ser consultados en el archivo anexo "MEDICION DEL RIESGO_VaR_CALIBRADO.xlsx").

Para ésta investigación el periodo n es el último día de información disponible que corresponde al 28 de febrero de 2019, se trabaja con un T igual a 255 días, para lo cual se descargaron los precios de cierre de las 6 acciones en estudio, en el periodo comprendido

METODOLOGÍA	TIPO	FORMULA
Delta Normal	Paramétrico	$VaR = Z * VA * \sigma * \sqrt{t}$

entre el 1 de marzo de 2019 (fecha que corresponde al periodo n_1) y el 28 de febrero de 2020 desde la página https://finance.yahoo.com/. El nivel de confianza utilizado en todos los casos es del 95% y el horizonte de tiempo 1 día. El desarrollo sigue los siguientes pasos.

1. La nueva serie de datos se ubica en la fila siguiente al último cierre de la serie original.
2. Se calculan las rentabilidades suavizadas para la nueva serie.
3. Se Calcula el VaR para cada uno de los 255 días, a partir del periodo n_1. Siguiendo la formula respectiva según el método evaluado

Tabla 53. Metodologías para el cálculo del VaR

Volatilidad Dinámica EWMA	Paramétrico	$VaR = Z * VA * \sigma_{ewma} * \sqrt{t}$
Histórico	No Paramétrico	$VaR = P * VA * \sqrt{t}$
Simulación de Montecarlo, Mejor Distribución	No Paramétrico	$VaR = P_m * VA * \sqrt{t}$

Fuente: Elaboración propia

4. Mediante la función si condicional se compara el VaR estimado para cada día con la rentabilidad (R_d) correspondiente, para el caso de que haya pérdida, se asigna el valor de uno (1) si $R_d < VaR$ y cero en caso contrario.

Tabla 54. Fórmula para determinar los excesos en el Backtesting

2	Fecha	DIS	RENTABILIDADES		
3	28-02-17	110,09	DIS		
5	02-03-17	110,59	-0,4061%		
503	25-02-19	113,59	-1,4508%	$VaR = Z * VA * \sigma * \sqrt{t}$	
504	26-02-19	113,50	-0,0793%		
505	27-02-19	112,78	-0,6364%	VaR	EXCESOS
506	28-02-19	112,84	0,0532%	DIS	DIS
507	1/03/2019	114,01	1,0315%	-1,9295%	=SI(N507>H507;1;0)
508	4/03/2019	114,33	0,2803%	-1,9276%	-
509	5/03/2019	114,00	-0,2891%	-1,9259%	-

Fuente: Elaboración propia

5. Se cuentan los excesos, es decir, las veces que el resultado fue igual a 1, y se registran en una tabla al frente de la respectiva acción.
6. Se calcula la eficiencia del modelo mediante la formula $E = 1 - \frac{N}{T}$ donde N es el número de excesos observados y T el número de observaciones. Se registra el dato en la tabla.
7. Se constata si el número de excepciones cae dentro de la región respectiva, según la tabla de Kupiec, para el caso de ésta investigación, con un nivel de confianza del 95%, significación del 5% y 255 observaciones, la región correspondiente es

6<N<21; si el N observado está dentro del rango no se rechaza H_0 y se rechaza si está por fuera.

8. Finalmente se gráfica el resultado.

La tabla de resultados obtenidos es la siguiente:

Tabla 55. Resultados Backtesting de VaR Delta - Normal

NIVEL DE SIGNIFICACIÓN	5%	
OBSERVACIONES	255	
REGIÓN DE KUPIEC	INFERIOR	SUPERIOR
	6	21

ACTIVO	VaR%	VaR$	EXCESOS	EFICIENCIA	KUPIEC
DIS	-1,928%	-$294.480,7	14	95%	No se rechaza H0
JNJ	-1,853%	-$208.881,8	11	96%	No se rechaza H0
JPM	-2,004%	-$194.345,8	16	94%	No se rechaza H0
MCD	-1,813%	-$380.318,1	11	96%	No se rechaza H0
PG	-1,666%	-$487.076,2	14	95%	No se rechaza H0
XOM	-1,853%	-$251.056,8	24	91%	Se rechaza H0

Fuente: Elaboración propia

De acuerdo con los resultados, el VaR por el método Delta Normal es confiable para medir las pérdidas máximas, en condiciones normales de mercado, para DIS, JNJ, JPM, MCD y PG, más no es el caso de XOM, puesto que la hipótesis fue rechazada, lo que indica que se debe calibrar el modelo o bien trabajar una metodología distinta.

Los gráficos obtenidos son los siguientes.

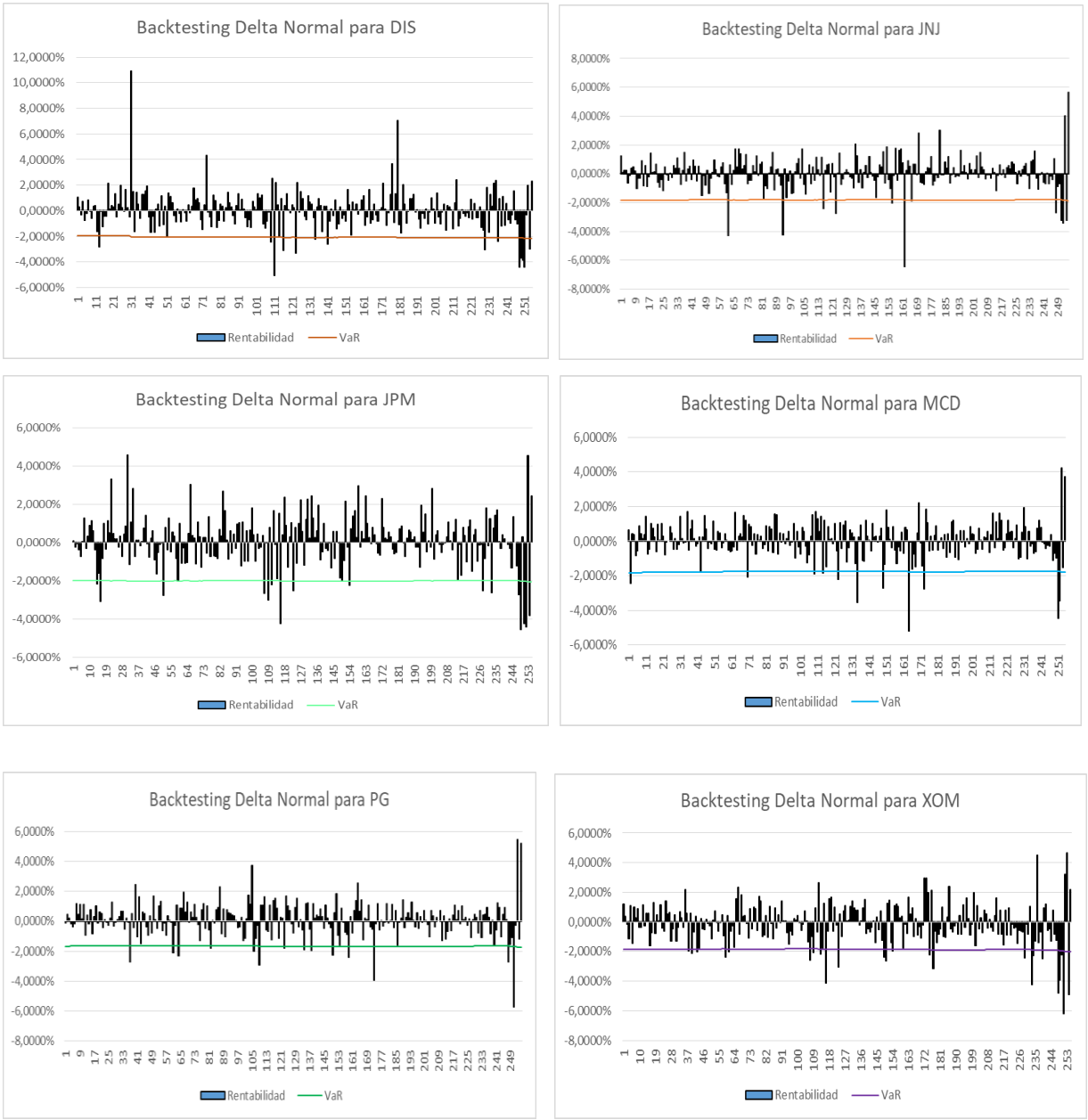


Ilustración 60. Representación gráfica Backtesting de VaR Delta – Normal. Fuente: Elaboración propia

5.5.4. Backtesting sobre VaR por volatilidad dinámica EWMA.

Como se mencionó, los pasos son los mismos, tomando en cuenta que para EWM se trabaja con una varianza móvil de acuerdo a la formula $\sigma_t^2 = (1-\lambda) * R_{t-1}^2 + \lambda\sigma_{t-1}^2,\ \lambda = 0{,}94$, para lo cual es necesario extender las fórmulas de R^2 y σ_t^2.

Tabla 56. Resultados Backtesting de VaR EWMA

NIVEL DE SIGNIFICACIÓN	5%	
OBSERVACIONES	255	
REGIÓN DE KUPIEC	INFERIOR	SUPERIOR
	6	21

ACTIVO	VaR%	VaR$	EXCESOS	EFICIENCIA	KUPIEC
DIS	-1,698%	-$259.426,2	13	94,9%	No se rechaza H0
JNJ	-1,756%	-$197.945,9	16	93,7%	No se rechaza H0
JPM	-1,794%	-$174.012,6	18	92,9%	No se rechaza H0
MCD	-1,484%	-$311.150,8	13	94,9%	No se rechaza H0
PG	-1,768%	-$516.872,2	14	94,5%	No se rechaza H0
XOM	-1,976%	-$267.643,3	21	91,8%	Se rechaza H0

Se observa nuevamente que el modelo VaR por el método de volatilidad dinámica es validado para medir las pérdidas máximas, en condiciones normales de mercado, para DIS, JNJ, JPM, MCD y PG, más no para XOM, puesto que la hipótesis fue rechazada, lo que indica que se debe calibrar el modelo o bien trabajar una metodología distinta.

Los siguientes son los gráficos resultantes

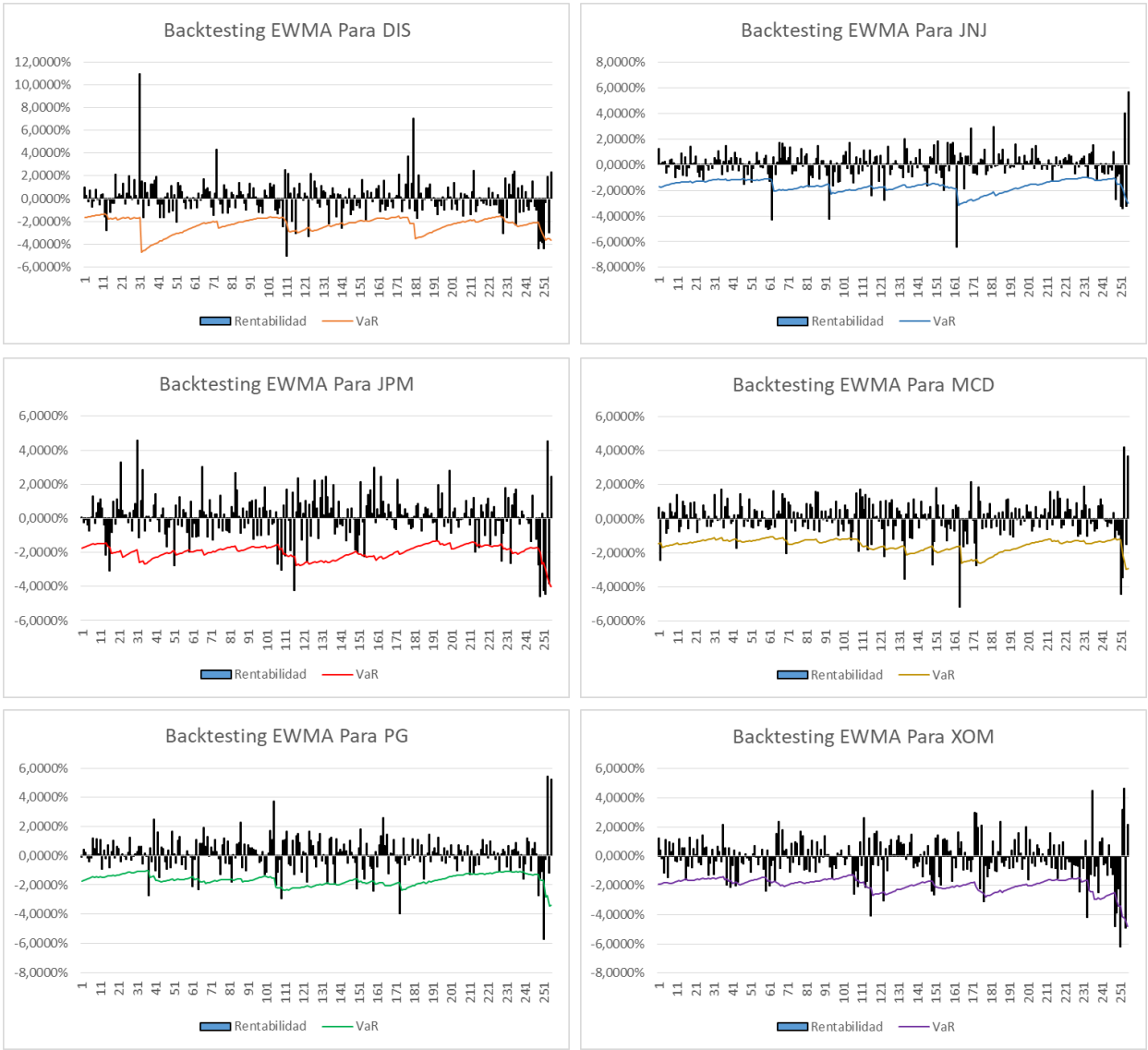


Ilustración 61. Representación gráfica Backtesting de VaR EWMA. Fuente: Elaboración propia

5.5.5. Backtesting sobre VaR histórico.

Nuevamente se repiten los pasos, considerando que la matriz para computar el percentil se toma desde la fecha inicial (28/02/2017) hasta la fecha para la cual se está calculando el VaR, y así para cada uno.

El desarrollo permitió obtener los siguientes resultados.

Tabla 57. Resultados Backtesting de Var Histórico

NIVEL DE SIGNIFICACIÓN	5%	
OBSERVACIONES	255	
REGIÓN DE KUPIEC	INFERIOR	SUPERIOR
	6	21

ACTIVO	VaR%	VaR$	EXCESOS	EFICIENCIA	KUPIEC
DIS	-1,786%	-$272.828,2	17	93,3%	No se rechaza H0
JNJ	-1,786%	-$201.334,1	15	94,1%	No se rechaza H0
JPM	-1,786%	-$173.237,0	19	92,5%	No se rechaza H0
MCD	-1,786%	-$374.618,0	12	95,3%	No se rechaza H0
PG	-1,786%	-$522.223,3	17	93,3%	No se rechaza H0
XOM	-1,786%	-$241.991,1	23	91,0%	Se rechaza H0

Nuevamente los resultados son consistentes para DIS, JNJ, JPM, MCD, PG y XOM

Los gráficos obtenidos son los siguientes:

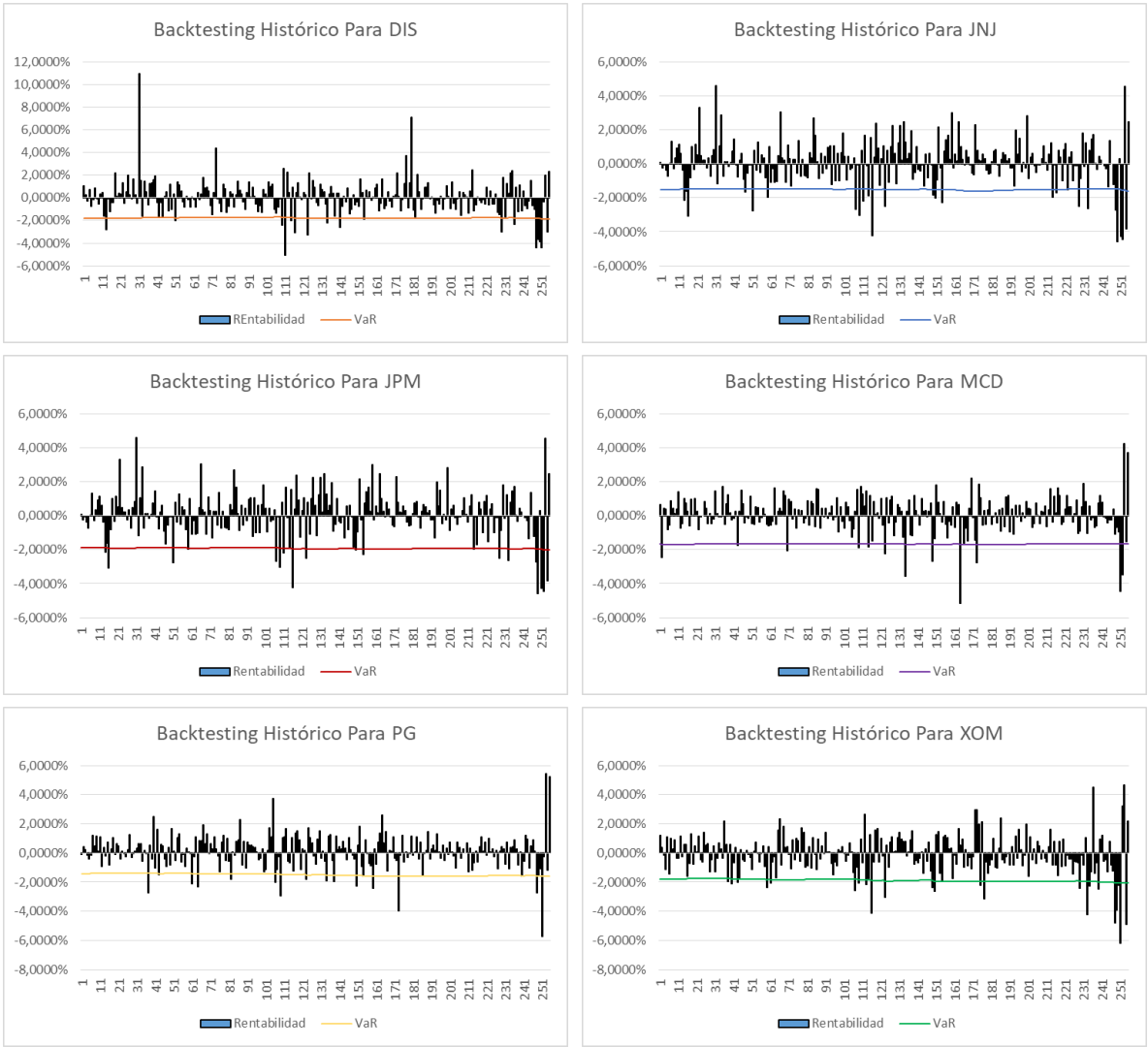


Ilustración 62. Representación gráfica Backtesting de VaR Histórico

5.5.6. Backtesting sobre VaR por simulación de Montecarlo.

Dado que el VaR por simulación de Montecarlo exige determinar la distribución que mejor se ajusta a la serie de rentabilidades, y a partir del supuesto ajustado simular el percentil, lo que se hace es:

1) Hallar las distribuciones por tramos sobre la serie de rentabilidades, a través de prueba ensayo y error.
2) Estimar el percentil al 95% para cada tramo.
3) Calcular el VaR diario para cada tramo.

Los resultados obtenidos son los siguientes:

Tabla 58. Resultados Backtesting de VaR Montecarlo

NIVEL DE SIGNIFICACIÓN	5%	
OBSERVACIONES	255	
REGIÓN DE KUPIEC	INFERIOR	SUPERIOR
	6	21

ACTIVO	VaR%	VaR$	EXCESOS	EFICIENCIA	KUPIEC
DIS	-1,786%	-$272.828,2	16	93,7%	No se rechaza H0
JNJ	-1,786%	-$201.334,1	15	94,1%	No se rechaza H0
JPM	-1,786%	-$173.237,0	21	91,8%	Se rechaza H0
MCD	-1,786%	-$374.618,0	15	94,1%	No se rechaza H0
PG	-1,786%	-$522.223,3	25	90,2%	Se rechaza H0
XOM	-1,786%	-$241.991,1	45	82,4%	Se rechaza H0

Los resultados ésta vez son diferentes para JPM y PG, que caen fuera de la zona de no rechazo, al igual que XOM, para la cual ningún método de estimación de su VaR fue validado.

La representación gráfica es la siguiente:

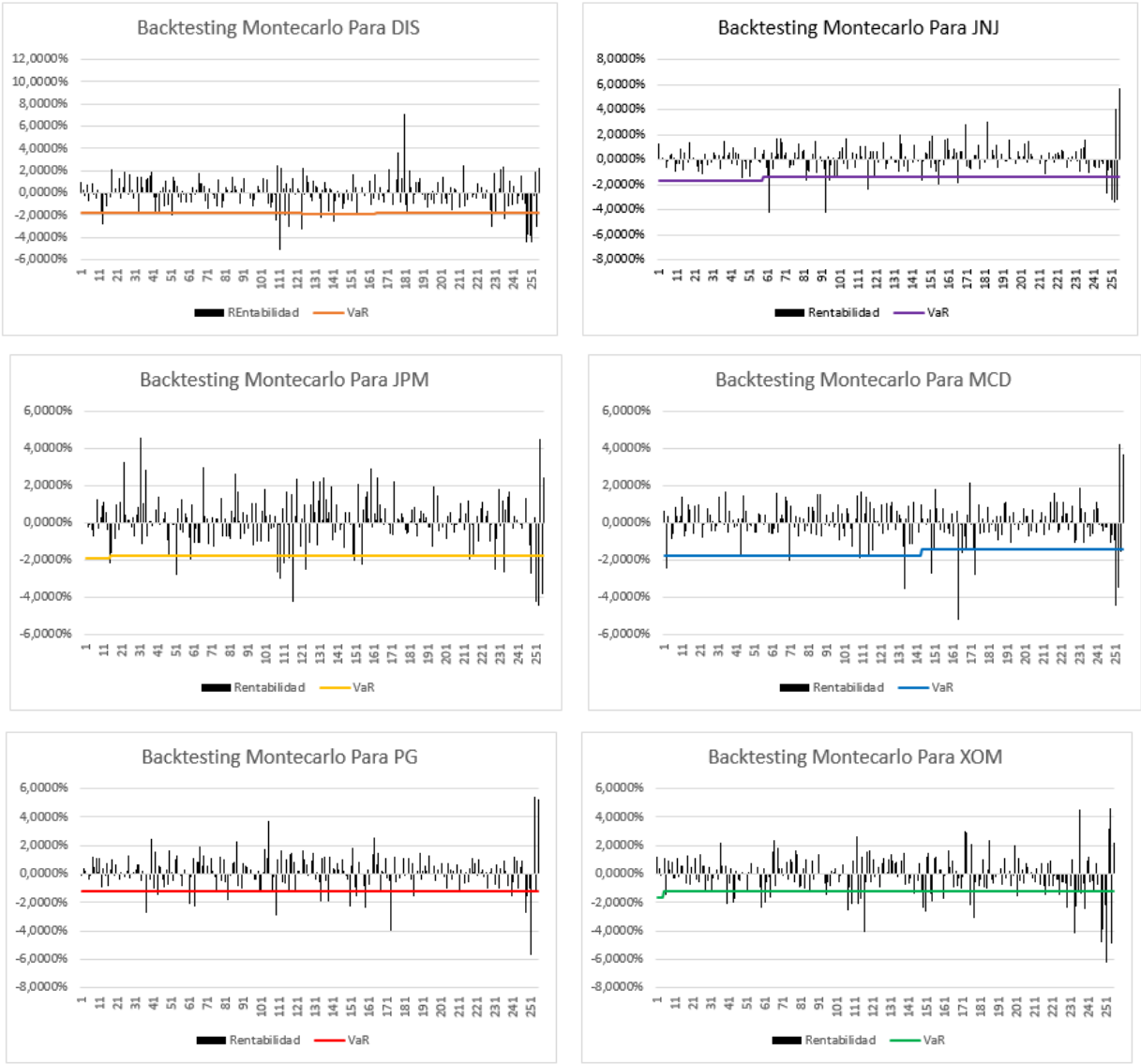


Ilustración 63. Representación gráfica de Backtesting de VaR Montecarlo

5.5.7. Selección del modelo y calibración

Luego de evaluar con Backtesting el VaR por cada uno de los métodos, se elabora un cuadro comparativo que permita visualizar en una sola vista los resultados, como el siguiente por ejemplo.

Tabla 59. Tablero comparativo Backtesting

	CRITERIO	DELTA NORMAL	EWMA	HISTORICO	MONTECARLO
DIS	VAR %	-1,928%	-1,698%	-1,786%	-1,786%
	VAR $	- 294.480,7	- 259.426,2	- 272.828,2	- 272.828,2
	EXCESOS	14	13	17	16
	EFICIENCIA	94,5%	94,9%	93,3%	93,7%
	KUPIEC	No se rechaza H0	No se rechaza H0	No se rechaza H0	No se rechaza H0
JNJ	VAR %	-1,853%	-1,756%	-1,786%	-1,786%
	VAR $	- 208.881,8	- 197.945,9	- 201.334,1	- 201.334,1
	EXCESOS	11	16	15	15
	EFICIENCIA	95,7%	93,7%	94,1%	94,1%
	KUPIEC	No se rechaza H0	No se rechaza H0	No se rechaza H0	No se rechaza H0
JPM	VAR %	-2,004%	-1,794%	-1,786%	-1,786%
	VAR $	- 194.345,8	- 174.012,6	- 173.237,0	- 173.237,0
	EXCESOS	16	18	19	21
	EFICIENCIA	93,7%	92,9%	92,5%	91,8%
	KUPIEC	No se rechaza H0	No se rechaza H0	No se rechaza H0	Se rechaza H0
MCD	VAR %	-1,813%	-1,484%	-1,786%	-1,786%
	VAR $	- 380.318,1	- 311.150,8	- 374.618,0	- 374.618,0
	EXCESOS	11	13	12	15
	EFICIENCIA	95,7%	94,9%	95,3%	94,1%
	KUPIEC	No se rechaza H0	No se rechaza H0	No se rechaza H0	No se rechaza H0
PG	VAR %	-1,666%	-1,768%	-1,786%	-1,786%
	VAR $	- 487.076,2	- 516.872,2	- 522.223,3	- 522.223,3
	EXCESOS	14	14	17	25
	EFICIENCIA	94,5%	94,5%	93,3%	90,2%
	KUPIEC	No se rechaza H0	No se rechaza H0	No se rechaza H0	Se rechaza H0
XOM	VAR %	-1,853%	-1,976%	-1,786%	-1,786%
	VAR $	- 251.056,8	- 267.643,3	- 241.991,1	- 241.991,1
	EXCESOS	24	21	23	45
	EFICIENCIA	90,6%	91,8%	91,0%	82,4%
	KUPIEC	Se rechaza H0	Se rechaza H0	Se rechaza H0	Se rechaza H0

Fuente: Elaboración propia

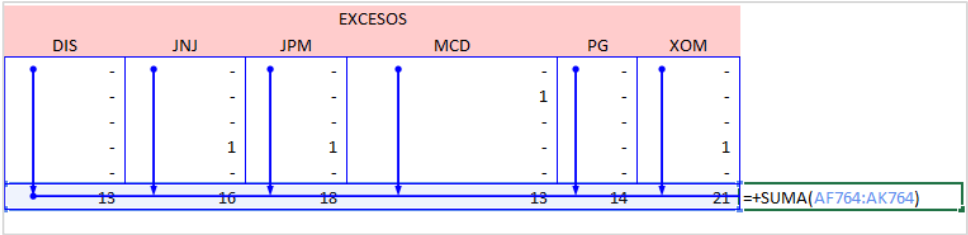
En el tablero se puede observar que las acciones DIS, JNJ, JPM, MCD y PG tienen zonas no rechazo en las distintas pruebas, y por tanto la selección del modelo se puede hacer analizando el de mayor eficiencia, sin embargo, para la acción de XOM todos fueron rechazados, por lo que se debe hacer calibración.

Si bien, como ya se mencionó, todos los modelos fueron rechazados, algunos mostraron mayor eficiencia que los demás, se puede utilizar éste criterio para escoger el modelo a calibrar, en éste caso el de volatilidad dinámica EWMA, cuya eficiencia fue del 91.8%.

Para calibrar el modelo por volatilidad dinámica EWMA se puede recurrir a una de dos opciones, bien sea variando el nivel de confianza o bien modificando el valor del parámetro λ, dado que el resto de modelos se trabajaron con el 95% de confianza, se opta por variar λ; Ahora, la incógnita es el valor que debe tomar éste último para que la prueba no rechace el modelo, una opción puede ser mediante ensayo y error, y otra, optimizar el número de fallos variando el valor de lambda.

Para éste trabajo se tomó la decisión de optimizar el número de fallos, utilizando para ello el complemento solver de Excel, los pasos que se siguen para construir el modelo de optimización es el siguiente.

1. Función Objetivo: corresponde a la sumatoria de los excesos totales del portafolio.



EXCESOS						
DIS	JNJ	JPM	MCD	PG	XOM	
-	-	-	-	-	-	
-	-	-	1	-	-	
-	-	-	-	-	-	
-	1	1	-	-	1	
-	-	-	-	-	-	
13	16	18	13	14	21	=+SUMA(AF764:AK764)

Ilustración 64. Procedimiento para establecer la función objetivo.
Fuente: Elaboración propia

2. Criterio de optimización: minimización, dado que se busca reducir el número de fallos.
3. Variable: la celda a variar corresponde al valor de lambda (λ)
4. Restricciones: se acota el valor que puede tomar el parámetro λ, $0 \geq \lambda \leq 1$
5. Método de optimización: dado que basta con encontrar una buena solución local, y no necesariamente la mejor, se opta por el método Evolutionary.

De éste modo se llega al siguiente modelo en solver.

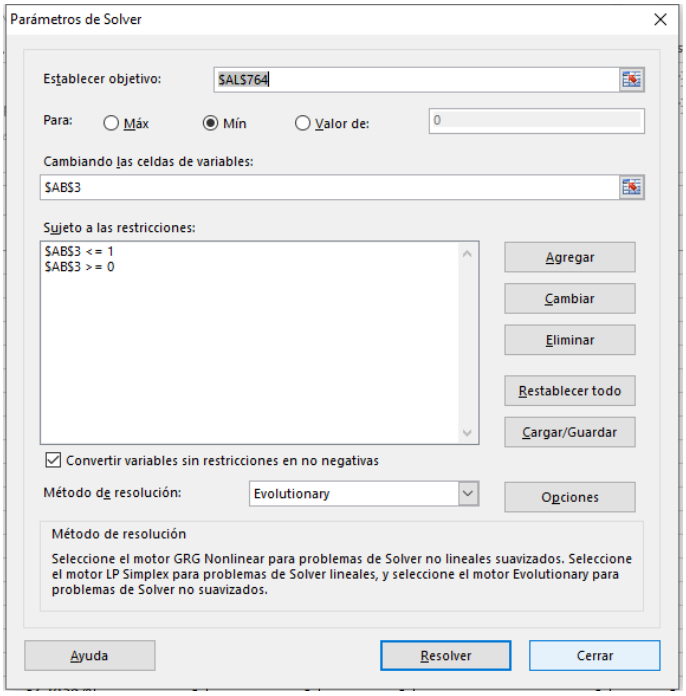


Ilustración 65. Modelo de optimización para calibrar el VaR EWMA para la acción XOM.

Al correr el modelo anterior se llega al siguiente resultado, con una nueva lambda (λ) de 0,992

Tabla 60. Resultado Backtesting del VaR EWMA calibrado

NIVEL DE SIGNIFICACIÓN	5%	
OBSERVACIONES	255	
REGIÓN DE KUPIEC	INFERIOR	SUPERIOR
	6	21

ACTIVO	VaR%	VaR$	EXCESOS	EFICIENCIA	KUPIEC
DIS	-2,091%	-$319.337,2	13	94,9%	No se rechaza H0
JNJ	-2,208%	-$248.924,1	10	96,1%	No se rechaza H0
JPM	-2,131%	-$206.639,8	17	93,3%	No se rechaza H0
MCD	-1,907%	-$399.963,8	11	95,7%	No se rechaza H0
PG	-2,035%	-$594.832,1	12	95,3%	No se rechaza H0
XOM	-2,178%	-$295.080,4	20	92,2%	No se rechaza H0

Fuente: Elaboración propia

El modelo calibrado no rechaza la hipótesis nula para XOM, por lo que se procede a la selección final de método VaR más adecuado para cada activo, utilizando para ello el criterio de eficiencia.

Tabla 61. Método adecuado para cada acción

ACCIÓN	MÉTODO	VaR %	VaR $
DIS	EWMA CON λ = 0,94	-1,698%	-259.426,2
JNJ	DELTA NORMAL	-1,853%	-208.881,8
JPM	DELTA NORMAL	-2,004%	-194.345,8
MCD	DELTA NORMAL	-1,813%	-380.318,1
PG	EWMA CON λ = 0,94	-1,768%	-516.872,2
XOM	EWMA CON λ = 0,992	-2,18%	-295.080,4

Fuente: Elaboración propia

El Backtesting, Test de Kupiec y la calibración del modelo pueden ser observados con profundidad en el archivo anexo de Excel “MÉTODOS VaR CON BACKTESTING.xlsx”

5.6. Esquema Metodología Propuesta

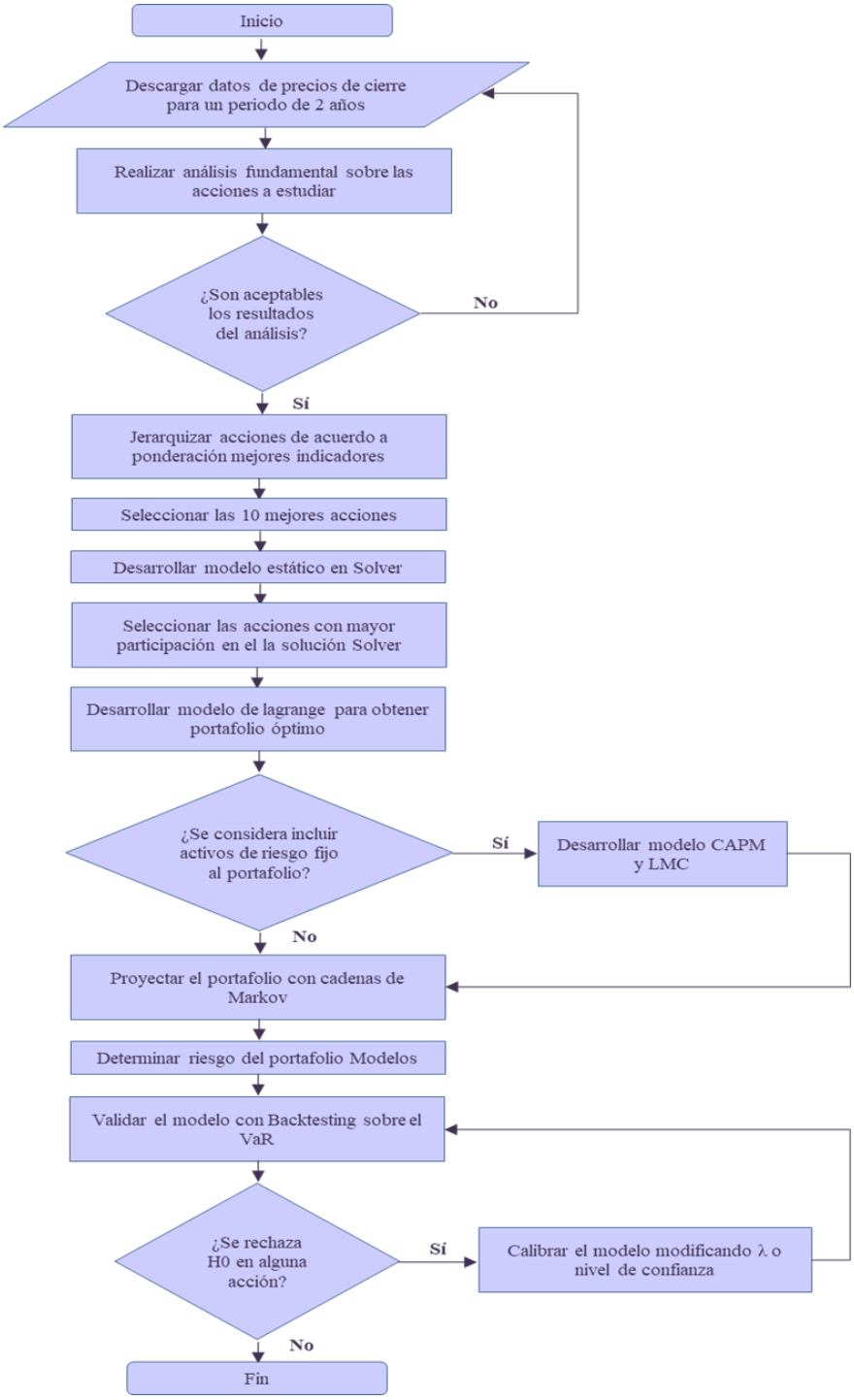


Ilustración 66. Proceso de Ejecución de la Metodología Propuesta.

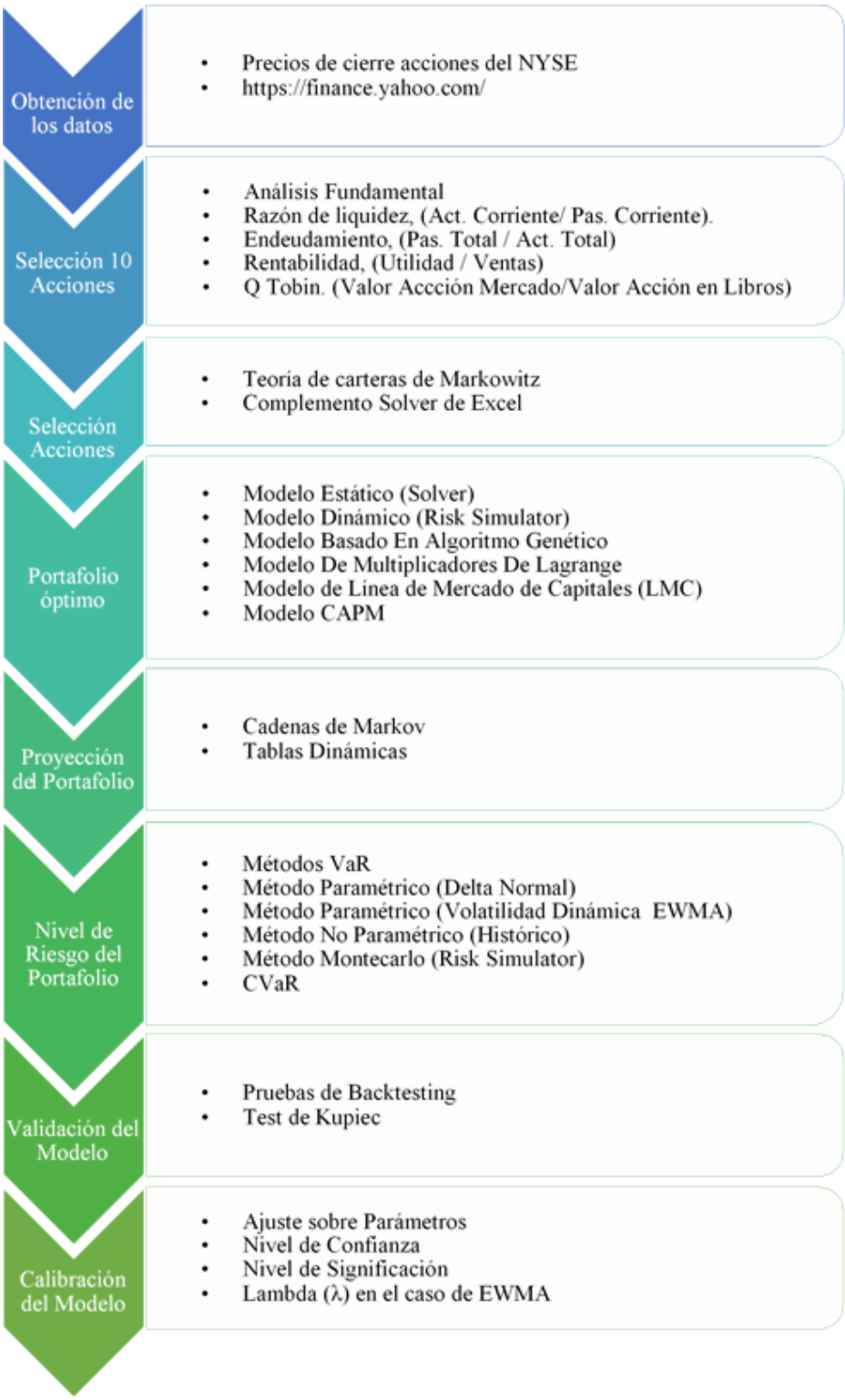


Ilustración 67. Esquematización Metodología Propuesta.

6. Capítulo VI: Conclusiones y Recomendaciones

6.1. Conclusiones

El NYSE comprende más de 2000 acciones, tamaño de población que permite diversificar naturalmente un portafolio. Sin embargo, resulta poco preciso optimizarlo tomando como base la totalidad de las acciones que cotizan en dicha bolsa de valores, por un lado, porque es un universo de acciones con características muy diferentes para incluirlas dentro de un mismo paquete de estudio como por ejemplo sus niveles de liquidez, por otro lado, porque es demasiado robusto un modelo de optimización que necesite realizar iteraciones para 2000 acciones.

El análisis fundamental para inversiones es una herramienta para realizar una preselección de acciones. En este trabajo se tomó como referencia las 30 acciones que conformaron el Dow Jones en el año 2019 y los criterios de selección que se utilizaron fueron: razón de liquidez, endeudamiento, rentabilidad, Q-Tobin, PER, rentabilidad de la acción y volatilidad de la acción. Esta metodología permitió realizar una preselección de 10 acciones potenciales para invertir y al mismo tiempo representativas del mercado accionario del NYSE.

La optimización de un portafolio de acciones del NYSE puede realizarse a través de varios métodos que buscan maximizar la rentabilidad y minimizar el riesgo, tomando como referencia los precios de cierre de las acciones en el período comprendido entre el 28 de febrero de 2017 y 28 de febrero de 2019.

En este trabajo de investigación, tomando en cuenta la teoría moderna de selección de carteras propuesta por Henry Markowitz se desarrolló la primera técnica de optimización haciendo uso de la herramienta de Solver en Excel llamada Modelo Estático, la cual permitió encontrar una frontera eficiente en términos de maximización del portafolio con un mínimo riesgo. Adicionalmente, se redujo el marco de 10 a 6 acciones para trabajar el

portafolio de inversión. Sin embargo, el modelo desarrollado a través de esta herramienta asume que los valores de rentabilidad y riesgo en el período estudiado siguen una distribución normal, por lo cual se desarrolló un segundo modelo llamado que resolvió el inconveniente de asumir la normalidad de los datos, toda vez que encuentra la distribución que más se ajusta a su comportamiento, el cual tiene como nombre Modelo Dinámico utilizando Risk Simulator. Este segundo modelo a pesar de ser más preciso, entrega únicamente un óptimo global, hecho que no permite que el inversionista tenga una opción de acuerdo a su perfil de riesgo.

Se desarrolló un modelo de Algoritmo Genético aplicado a la optimización de portafolios de inversión, que proporciona ventajas frente a los dos modelos anteriores: en primer lugar no ofrece una frontera sino un conjunto eficiente de muchos portafolios que pueden ser visualizados, y por otro lado, no requiere de un software especializado como en el caso del Modelo Dinámico. Si bien el modelo de Algoritmo Genético es más completo que los dos anteriores, tiene una restricción al igual que los otros y es que este modelo no aplica para realizar operaciones en corto.

El modelo de Multiplicadores de Lagrange permite incluir operaciones en corto y su finalidad es conocer la conformación del portafolio que tiene el mínimo riesgo para una rentabilidad deseada por el inversionista. En el desarrollo de este caso de estudio, fueron comparados los valores de riesgo calculados a través del Método Estático con los de Multiplicadores de Lagrange. Los resultados evidencian que esta última metodología es mucho más adecuada para minimizar el riesgo, pues este se redujo más de un 50% para valores de rentabilidad bajos y más de 35% para valores de rentabilidad altos, disminución que se le atribuye a la posibilidad de incluir operaciones en corto en el modelo.

Se desarrollaron otros dos modelos que involucran el concepto de tasa libre de riesgo. El primero es el modelo de Línea de Mercado de Capitales, que permite medir el portafolio que está mejor posicionado frente a la tasa libre de riesgo (en este caso la tasa de los Bonos del Tesoro de EEUU). En segundo lugar el CAPM, que permite conocer la

sensibilidad de la cartera frente al mercado (Dow Jones para este caso) y que agrega al modelo el concepto de riesgo no diversificable o sistemático.

Se constató que la teoría de Cadenas de Markov es una herramienta para proyectar un portafolio accionario. Esta proyección le permite al inversionista conocer la probabilidad de que una acción tenga un cierre al alza, estable o a la baja en la siguiente jornada, o si se quiere ampliar los posibles escenarios, también se puede agrupar en intervalos de cierre a gusto del inversionista (Ej: Grupo 1: Menor a -2%, Grupo 2: Entre -1.9% y 0%, Grupo 3: Entre 0.1% y 1%, Grupo 4: Entre 1.1% y 3%, Grupo 5: Mayor a 3.1%).

Se calculó el nivel de riesgo del portafolio a través de la metodología de medición del Valor en Riesgo (VaR) y se explicó el desarrollo en Excel para calcularlo a través de cuatro métodos: Delta Normal, Volatilidad Dinámica EWMA, Histórico y Montecarlo. Para complementar se calculó el Valor en Riesgo condicional (CVaR), el cual indica la pérdida esperada para los casos en que la pérdida de valor de la cartera exceda el VaR, esta medida es muy conveniente para evaluar las pérdidas esperadas en condiciones extremas de mercado.

Finalmente, se validó esta metodología de optimización de portafolio de acciones del NYSE mediante la aplicación de un Backtesting al VaR desarrollado en cada método. Para ello se utilizó el test de Kupiec, que cuenta el número de desviaciones que las pérdidas o ganancias reales excedieron el VaR dentro de un período de tiempo determinado (255 días para este caso), en el cual se evidenció que la acción de Exxon Mobil (XOM) no cumple con la prueba de validación. Por lo anterior, se realiza una calibración del modelo, modificando un parámetro y asegurándose de que éste cumpla con la validación.

6.2.Recomendaciones

En primer lugar, el alcance de este trabajo de investigación corresponde a la optimización de un portafolio de inversión de acciones del NYSE, sin embargo, se recomienda en trabajos futuros construir una metodología para optimizar portafolios de inversión de otros mercados.

Si bien este documento es netamente metodológico, es recomendable construir un algoritmo teniendo en cuenta alguno de los modelos de optimización de portafolios de inversión descritos en la metodología, lo cual sería una alternativa para realizar trading y operar en este tipo de mercado.

En lo que concierne a la proyección del portafolio, en este documento se tomó como referencia la teoría de Cadenas de Markov para determinar la probabilidad del comportamiento de una acción en la siguiente jornada. En otras investigaciones podría efectuarse esta misma proyección a corto y largo plazo y poder evaluar la eficiencia de dicha teoría.

7. Bibliografía

Asobancaria. (2018). *Conozca el mercado de derivados, qué es y cómo funciona*. [online] Available at: http://www.asobancaria.com/sabermassermas/conozca-el-mercado-derivados-como-funciona/ [Accessed 6 Apr. 2018].

Bancafacil.cl. (2018). BancaFacil.cl: *¿Qué son los Derivados?*. [online] Available at: http://www.bancafacil.cl/bancafacil/servlet/Contenido?indice=1.2&idPublicacion=4000000000000112&idCategoria=9 [Accessed 6 Apr. 2018].

BBVA NOTICIAS. (2018). *El mercado de divisas: ¿Qué es y cómo funciona?*. [online] Available at: https://www.bbva.com/es/mercado-divisas-que-es-como-funciona/ [Accessed 6 Apr. 2018].

Contreras, O., Stein, R., Vecino, C. (2015), Estrategia de inversión optimizando la relación rentabilidad-riesgo: evidencia en el mercado accionario colombiano, *Estudios Gerenciales, 31(1),* 383-392.

Clavijo, S. (2016). Consúltelo en el home www.anif.co Director : Sergio Clavijo Consúltelo en el home www.anif.co. *Anif*, (1244), 2.

Cruz, E., Restrepo, J., Medina, P. (2007). Selección de Portafolios de Acciones a partir de la Línea de Mercado de Capitales con activos financieros de Colombia. *Scientia et Technica Año XIII, 1(35),* 299-304.

Cruz, E., Restrepo, J., Medina, P. (2008). Portafolio de inversión en acciones un enfoque estocástico. *Scientia et Technica Año XIV, 2(39),* 235-240.

Cruz, E., Zapata, C., Medina, P. (2010). Comportamiento de las acciones en Colombia un enfoque de la caminata aleatoria. *Scientia et Technica Año XIV, 1(44),* 84-89.

Cruz, E., Medina, P., Salazar, H. (2013). Optimización de portafolios de acciones utilizando los multiplicadores de Lagrange. *Scientia et Technica Año XVIII, 18(1)*, 114-119.

De Sousa Santana, F. (2013). Modelo de valoración de activos financieros (CAPM) y teoría de valoración por arbitraje (APT): Un test empírico en las empresas del sector eléctrico brasileño. *Cuadernos de Contabilidad, 14(35)*, 731–746. Retrieved from http://search.proquest.com/openview/cb279405252d2c352e4f02116e2ac7c0/1?pq-origsite=gscholar&cbl=2041080%0Ahttp://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&db=fua&AN=96239119&lang=es&site=ehost-live

Escobar, J. (2014). Metodología para la toma de decisiones de inversión en portafolio de acciones utilizando la técnica multicriterio AHP. *Contaduría y Administración, 60(5)*, 346-366.

Fernández, M. (2006). El modelo CAPM : predictividad del coeficiente beta en paises con economías emergentes caso Argentina, 55. Retrieved from http://bibliotecadigital.econ.uba.ar/download/tpos/1502-0424_FernandezM.pdf

Fernández, V., Valle, D., & Lizola, P. (2019). Optimización de Portafolios de Inversión con Algoritmos Genéticos. *Revista de Investigación en Ciencias Contables y Administrativas 4(2)*, 111-123.

Fornero, R. A. (2007). Cronología fotográfica de las finanzas.

Franco, A. L. C., & Franco, C. L. E. (2005). El valor en riesgo condicional CVaR como medida coherente. *Revista Ingenierias Universidad de Medellin, 4*(6), 43–54.

Franco-Arbeláez, L. C., Avendaño-Rúa, C. T., & Barbutín-Díaz, H. (2011). Modelo de Markowitz y Modelo de Black-Litterman en la Optimización de Portafolios de Inversión. *Tecno Lógicas, 0(26)*, 71–88.

Gimeno, M. (2014). Evolución del modelo capm a lo largo de la historia de la economía financiera, 54. Retrieved from https://repositorio.comillas.edu/xmlui/bitstream/handle/11531/149/TFG000037.pdf?sequence=1

GUMBEL, E.J. (1958): Statistics of extremes, Columbia University Press, 1ª ed., Nueva York

Idzorek, T. M. (2004). A STEP-BY-STEP GUIDE TO THE BLACK-LITTERMAN MODEL Incorporating user-specified confidence levels A STEP-BY-STEP GUIDE TO THE BLACK-LITTERMAN MODEL Incorporating user-specified confidence levels.

Jara, P. R., & Melgar, C. J. P. (2007). VaR vs. CVaR. ¿Qué estimador se ajusta mejor al riesgo de mercado de renta variable en el Perú?, 1–40.

Johnson, C. (2001). Value At Risk : Teoria Y Aplicaciones. *Estudios de Economía*, *28*(2), 217–247. Retrieved from http://econ.uchile.cl/uploads/publicacion/d21e154f-3899-428d-9a68-255c3a876963.pdf.

Kristjanpoller, W., Barahona, A. (2014). Backtesting del valor en riesgo para los mercados bursátiles y de divisas latinoamericanas. *Investigación Económica, 53(287)*, 37-60.

Markowitz, H. M. (1952). Portfolio selection. *The Journal of Finance, 7(1)*, 77–91.

Melo, V. L. F., & Becerra, C. O. R. (2005). Medidas de riesgo , características y técnicas de medición : una aplicación del VaR y el ES a la tasa Interbancaria de Colombia. *Banco de La Republica*, 1–75.

Montoya, A. L., Rave, A. S. N., & Castaño, J. C. (2006). Metodologías para la medición del riesgo financiero en inversiones. *Scientia et Technica Año XII*, (32), 275–278.

Reilly, F.K., Brown, K.C. (2012). Investment Analysis and Portfolio Management. 7ª edición. Thomson South-Western.

Romero, R. (2005). Medidas de Riesgo Financiero. *Economia & Administración*, 57–63. https://doi.org/10.1016/S0378-4266(02)00262-5

S.L., U. (2018). *Bolsa de valores*. [online] Expansion.com. Available at: http://www.expansion.com/diccionario-economico/bolsa-de-valores.html [Accessed 6 Apr. 2018].

S.L., U. (2018). *Mercado de capitales*. [online] Expansion.com. Available at: http://www.expansion.com/diccionario-economico/mercado-de-capitales.html [Accessed 6 Apr. 2018].

S.L., U. (2018). *Mercado financiero*. [online] Expansion.com. Available at: http://www.expansion.com/diccionario-economico/mercado-financiero.html [Accessed 6 Apr. 2018].

Salazar, R. C., & Clement, A. (2014). Aplicación del modelo de Black-Litterman a la selección de portafolios internacionales. *Quipukamayoc*, 22, 113–120. Retrieved from http://revistasinvestigacion.unmsm.edu.pe/index.php/quipu/article/view/10075

Salinas, J. (2009). Metodologías de medición del riesgo de mercado♦ Introducción **. *Innovar*, 19(34), 187–199. Retrieved from http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0121-50512009000200013&lang=pt

Sharpe, W. (1964). Capital Asset Prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. *The Journal of Finance, 19(3)*, 425–442.

Sharpe, W. (1966). Mutual fund performance. *Journal of Business, 39(1)*, 119–138.

Sharpe, W. (1975). Adjusting for risk in portfolio performance measurement. *Journal of Portfolio Management, 1(2)*, 29–34.

Sharpe, W. (1992). Asset allocation: Management style and performance measurement. *Journal of Portfolio Management, 18(2)*, 7–19.

Unidad de Análisis del Mercado Financiero UAMF - Universidad Nacional de Colombia (2018). *Mercado Financiero Internacional*. [ebook] Bogotá: Thomson Reuters. Available at: http://www.fce.unal.edu.co/media/files/UAMF/MFI_Compilado_1.pdf [Accessed 6 Apr. 2018].

Varadan, Subha. "¿Cómo funciona la Bolsa de Nueva York?" Cuida tu dinero, http://www.cuidatudinero.com/13121315/como-funciona-la-bolsa-de-nueva-york. 01 February 2018.

8. Anexos

8.1 Análisis de documentos

Documento 1.

Titulo:

Modelo de Markowitz y Modelo de Black-Litterman en la Optimización de Portafolios de Inversión

Autores:

Luis C. Franco Arbeláez

Claudia T. Avendaño Rúa

Haroldo Barbutín Díaz

Año:

2011

Objetivo:

Realizar un estudio comparativo entre el modelo de Markowitz y el modelo de Black-Litterman, para determinar las ventajas relativas del segundo y obtener conclusiones pertinentes.

Resumen:

El documento realiza un estudio comparativo del modelo de maximización de utilidades y minimización del riesgo planteado en 1952 por el norteamericano Harry Markowitz y el modelo Black-Litterman (BML) desarrollado y publicado en 1992 por los también norteamericanos Robert Litterman y Fischer Black. El estudio es abordado por los autores de forma estrictamente teórica, presentan los modelos matemáticos asociados y resaltan las debilidades del modelo de Markowitz en la aplicación práctica, así como las mejoras realizadas al modelo BML de tal modo que pueda ser aplicado al mundo real. Finalmente concluyen sobre las ventajas relativas que presenta el modelo de Black-Litterman sobre el de Markowitz.

Análisis Crítico del Artículo:

MODELO PRESENTADO EN EL ARTÍCULO	MODELO PROPUESTO EN ÉSTE TRABAJO DE INVESTIGACIÓN
Modelo de la frontera eficiente de Markowitz (1952) **La formulación matemática primal del modelo de Markowitz, que se presenta en (1), consiste en determinar las ponderaciones w_i que maximizan el rendimiento esperado del portafolio, sujeto a un riesgo máximo admitido. Es decir:** $Max\ E(Rp) = \sum_{i=1}^{n} w_i \cdot E(R_i)$ (1) Sujeto a (2) $\sigma^2(R_p) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} w_i \cdot w_j . \sigma_{ij} \leq \sigma_0^2$ $\sum_{i=1}^{n} w_i = 1; \quad w_i \geq 0 \ (i = 1, \dots, n)$ (2) Donde *n* es el número de activos en el portafolio;	Si bien el artículo puede considerarse como una fuerte crítica a la efectividad del modelo de Markowitz para efectos prácticos (en especial por el uso de series de rentabilidades históricas en la determinación de los parámetros esperados, lo cual implica sesgos importantes (Michaud 1989)), se hará uso de éste modelo para la construcción del portafolio de inversión, toda vez que es considerado académicamente sólido y un punto de partida para desarrollar metodologías enfocadas a la selección y optimización de portafolios.

Ri es la variable aleatoria rendimiento del activo *i*; *E(Ri)* es el rendimiento esperado del activo *i*; *Rp* es la variable aleatoria rendimiento del portafolio; *E(Rp)* es el rendimiento esperado del portafolio; w_i es la proporción del presupuesto del inversionista destinado al activo *i*; $\boldsymbol{\sigma^2}(Rp)$ es la varianza del rendimiento del portafolio; σ_{ij} es la covarianza entre los rendimientos de los activos *i* y *j*; y $\boldsymbol{\sigma_0^2}$ es la varianza máxima admitida.

La formulación dual alternativa consiste en determinar las ponderaciones que minimizan la varianza del portafolio, sujeto a un rendimiento mínimo requerido para el portafolio. En forma matemática (3):

$$Min\ \sigma^2(R_p) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} w_i \cdot w_j . \sigma_{ij} \qquad (3)$$

Sujeto a (4)

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^{n} w_i \cdot E(R_i) \geq \mu_0$$
$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1\,; \qquad w_i \geq 0 \ \ (i = 1, \dots, n) \qquad (4)$$

donde μ_0 es el rendimiento mínimo requerido.

Con cualquiera de las dos alternativas, optimizando la varianza o el valor esperado, se encuentran las ponderaciones de los activos, que optimizan el objetivo con las restricciones dadas, y se puede determinar un conjunto de portafolios eficientes, que proporcionen el máximo rendimiento para cada nivel de riesgo**.**

Adicionalmente, se establecerán límites de orden y stop loss al momento de tomar la decisión de compra o venta de acciones, con esto estableceremos una restricción a la baja diversificación y alto riesgo que suponen los portafolios producto de éste modelo.

Criterios de Búsqueda

Metabuscador:

www.scielo.org.co

Frase:

+"modelo de markowitz"

Dirección (URL):

http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0123-77992011000100005&lang=pt

Documento 2.

Titulo:

Metodologías de medición del riesgo de mercado

Autores:

John Jairo Salinas Ávila

Año:

2009

Objetivo:

Examinar los principales modelos de VeR (VaR, por sus siglas en ingles) y presentar la evidencia empírica que se ha obtenido de estudios sobre este tema

Resumen:

El artículo inicia con una presentación de la importancia que tiene en el mundo financiero actual la aplicación de técnicas para la medición del riesgo, dada la presencia cada vez mayor de las entidades financieras en los mercados de capitales, lo cual hace que estas sean cada vez más sensibles a volatilidad de los precios de los instrumentos financieros que poseen en sus portafolios de inversión. Seguidamente expone los métodos para la estimación de riesgo de mercado, a saber, el método de valoración delta y el método de valoración global. En tercer lugar, el autor hace una valoración teórica de tres de las metodologías existentes para la medición del riesgo de mercado, el método de varianzas-covarianzas, el de simulación Montecarlo (ambos tratamientos estadísticos paramétricos), y el método de simulación histórica (tratamiento estadístico no paramétrico). En cuarto lugar, se ejecuta un caso práctico de medición del riesgo utilizando el enfoque de simulación Montecarlo, la elección del método obedece a que a diferencia de otros modelos que asumen distribución normal del rendimiento de los activos, lo cual no es así en la realidad, el de Montecarlo toma en cuenta la proporción de valores extremos. Por último el autor concluye que si bien ningún sistema de medida del VeR es perfecto, y que no otorgan certidumbre respecto a las pérdidas que se podrían presentar en una inversión, si son supremamente útiles para identificar y tomar posición frente a los riesgos y que es importante complementarlos con técnicas de evaluación de los modelos (Back Testing) y mediante técnicas de simulación en situaciones extremas (Stress Testing).

Análisis Crítico del Artículo:

MODELOS PRESENTADOS EN EL ARTÍCULO	MODELO PROPUESTO EN ÉSTE TRABAJO DE INVESTIGACIÓN

Método varianzas – covarianzas para la valoración del riesgo Bajo el supuesto de normalidad en la serie de rendimientos R ~ N(μ, σ2), el valor en riesgo de un activo se puede calcular como: $VeR = V_0 * K(\alpha) * \sigma * \sqrt{t}$ En este caso, el VeR es una función de tres variables: el valor actual del portafolio (V_0), valorado a precios de mercado; el parámetro K(α) es el factor que determina el nivel de confianza del cálculo4, y la volatilidad de los rendimientos medida con la desviación estándar $\sigma\sqrt{t}$.	El método Varianza – Covarianza se utiliza en la medición del riesgo de mercado para posiciones lineales. Bajo el supuesto de que si los cambios proporcionales en los factores de riesgo se comportan de manera normal, entonces los cambios en el valor del portafolio también se comportarán de manera normal, ya que hay una relación lineal (Beltrán y Perilla, 2002:17). Por las razones anteriormente expuestas, descartamos el uso de éste modelo dado que en el trabajo de investigación se tomaran series de valores de acciones de la bolsa de New York para un periodo de tiempo de 1 año, estas acciones suelen presentar un alto grado de volatilidad y liquidez, lo cual implicaría una probabilidad muy baja de que sigan un comportamiento de distribución normal y por ende una posición lineal.

Método de simulación histórica

Esta técnica consiste en considerar que cualquier escenario pasado podría ser un escenario futuro; por tanto, tomando la serie histórica de precios de un portafolio para construir una serie de tiempo de precios o rendimientos simulados o hipotéticos, se obtendría un vector de pérdidas y ganancias simuladas sobre el portafolio actual. A partir de estos valores finales se podría determinar el percentil asociado al intervalo de confianza deseado y hallar el VeR de un conjunto de activos.

Para formalizar el concepto anterior se puede utilizar la siguiente notación (Campos, 2002:11):

$$L_t = \sum_{i=1}^{k} VkRkt$$

Donde Lt es la serie de cambios en el valor de un activo financiero (ki), los cuales se suman en cada momento del tiempo replicando la serie de rendimientos históricos Rt ordenados de menor a mayor. De esta manera, se puede hallar la Lt mínima que corresponde al VeR del activo, utilizando un nivel de confianza c (95% o 99%, según sea el caso)

En la investigación de Hendricks (1996), utilizando un periodo de 125 días y mediante el modelo de simulación histórica, los resultados obtenidos a la hora de ha- llar el VeR fueron menos confiables que la estimación que se produjo cuando se utilizaron 1.250 días. Esto se debe a que el método de simulación histórica requiere de periodos de tiempo que oscilan entre los 250 y los 500 días mínimo. Dado que el trabajo a desarrollar usara un periodo de 365 días, se considera que éste modelo no es el adecuado para medir el riesgo del portafolio que será objeto de estudio.

Adicionalmente, para mercados de alta volatilidad como la bolsa de New York es poco probable que se cumplan los dos siguientes supuestos que se deben asumir para aplicar ésta metodología.

- La volatilidad del mercado en el futuro inmediato es esencialmente igual que en el reciente pasado.
- Lo más probable es que distribuciones pasadas de cambios en los factores de riesgo del mercado mantendrán su forma en el futuro cercano

Método de simulación Montecarlo

El método de simulación Montecarlo consiste en crear escenarios de rendimientos o precios de un activo mediante la generación de números aleatorios. En este caso se supone que el cambio en los precios sigue un comportamiento estocástico, con la siguiente ecuación matemática que representa el modelo de Wiener:

$$\frac{dP}{P} = \mu dt + \sigma dz \qquad (8)$$

$$dz = \varepsilon_t \sqrt{dt} \qquad (9)$$

$$\frac{dP_t}{P_t} = \mu dt + \sigma \varepsilon_t \sqrt{dt} \qquad (10)$$

Donde $\varepsilon_t \sim N(0,1)$ corresponde a una variable aleatoria normal estándar (ruido blanco o choque aleatorio).

El método de Montecarlo, permite la generación de una gran cantidad de números aleatorios para la variable $\varepsilon_t \sim N(0,1)$, lo que posibilita la creación de variados escenarios de precios para medir el VeR del portafolio.

Para la generación de escenarios se usa la siguiente formulación:

De acuerdo con Picoult (1999), la principal ventaja del método Montecarlo sobre el de simulación histórica es que permite probar muchos más escenarios de potenciales para las variables financieras, por otro lado Jorion (2000:253) considera al método Montecarlo como el más poderoso para medir el riesgo de mercado, en el cual es posible incluir el riesgo de precios no lineales y el riesgo de volatilidades.

Sin duda alguna, de los tres métodos valorados por John Jairo Salinas, el de Montecarlo es el que mejor se ajusta a los propósitos del trabajo que se va a desarrollar, por tanto se abordara la medición del riesgo del portafolio desde éste enfoque y se hará validaciones con las pruebas de Back Testing.

$$P_t = P_0 e^{\sigma\sqrt{t}Y} \quad (11)$$ donde: P_t: precio del activo en el día "t" P_0: precio del activo en el día inicial σ: volatilidad diaria del precio del activo t: horizonte temporal en días Y: variable aleatoria normal estandarizada	

Criterios de Búsqueda

Metabuscador:

www.scielo.org.co

Frase:

"medición del riesgo" +Montecarlo

Dirección (URL):

http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0121-50512009000200013&lang=pt

Documento 3.

Titulo:

Cálculo del Valor en Riesgo y pérdida Esperada mediante R; Empleando modelos con volatilidad constante.

Autores:

Julio César Alonso

Paul Semaán

Año:

2009

Objetivo:

Discutir de manera breve el concepto de VaR (Value at Risk) y ES (Expected Shortfall) para introducir el uso del software estadístico gratuito R y el paquete VaR.

Resumen:

El artículo inicia con una explicación breve y simple de las generalidades de la metodología VaR así como su fundamentación matemática y probabilística apoyado en los apuntes de Alonso y Berggrun (2008), seguidamente el autor presenta los métodos para el cálculo del VaR en R, un software de uso libre que trabaja con aproximaciones paramétricas (VaR.norm) y semi-paramétricas (VaR.gdp). A partir de lo anterior, se continúa con la explicación del uso de las pruebas de desempeño o backtesting empleando para ello la prueba de Kupiec (1995) y las aproximaciones con evaluaciones "In sample" y "out sample". Después de hacer algunas críticas bien fundamentadas al VaR, el autor finaliza explicando el funcionamiento del método expected shortfall "ES", el cual permite conocer el valor esperado de la pérdida dado que el VaR sea excedido.

Análisis Crítico del Artículo:

MODELO PRESENTADO EN EL ARTÍCULO	MODELO PROPUESTO EN ÉSTE TRABAJO DE INVESTIGACIÓN
Valor en riesgo VaR	El artículo presentado aporta

El VaR representa el peor escenario posible para un activo o portafolio, dadas condiciones normales de mercado, un horizonte de tiempo determinado y un nivel de confianza determinado (Alonso y Berggrun (2008)).

Formalmente, el VaR para el siguiente período de negociaciones (t + 1) dada la información disponible en el periodo actual (t) ($VaR_{t+1|t}$) está definido por:

$$P(z_{t+1} < VaR_{t+1|t}) = \alpha, \quad (1)$$

Donde z_{t+1} representa el rendimiento (en pesos) futuro del valor del portafolio para el siguiente período y α es uno menos el nivel de confianza del VaR.

Es fácil demostrar que si z_{t+1} sigue una distribución cuyos dos primeros momentos son finitos (como la distribución normal o la t), entonces el valor en riesgo será:

$$VaR_{t+1|t} = F(\alpha) \cdot \sigma_{t+1|t} \quad (2)$$

Donde $\sigma_{t+1|t}$ representa el valor esperado de la desviación estándar de la distribución de z_{t+1} para el período t y F(α) es el percentil α de la correspondiente distribución (estandarizada).

dos modelos o metodologías de gran importancia para el trabajo que se va a realizar.

A diferencia del autor, quien usa simulación histórica para estimar el VaR, el trabajo propuesto lo hará utilizando simulación de Montecarlo, por otro lado, al igual que el autor, el trabajo de tesis utilizará la teoría de prueba de Kupiec para realizar la evaluación del desempeño (Backtesting) del método.

Adicionalmente a la prueba Back Testing se propone realizar pruebas de Stress para identificar los fundamentales que generan las alteraciones en los portafolios de acciones.

Back Testing con prueba de Kupiec Kupiec (1995), define la proporción de las excepciones de la siguiente manera: $$\hat{p} = \frac{\#\ de\ excepciones}{H}$$ Donde H es el número total de observaciones empleadas en la evaluación. Para evaluar la hipótesis nula que la proporción de excepciones (ρ) es igual a la esperada teóricamente (alpha) (H0 : $\hat{\boldsymbol{\rho}}$ = α), se puede emplear el siguiente estadístico t de Kupiec (1995): $$t_U = \frac{\hat{p} - \alpha}{\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})/H}}$$ Kupiec (1995) demostró que t_U sigue una distribución t con H −1 grados de libertad	

Criterios de Búsqueda

Metabuscador:

www.ixquick.com

Frase:

"valor en riesgo" +Kupiec

Dirección (URL):

https://www.ixquick.com/do/asearch

Documento 4.

Titulo:

Uso de las cadenas de Markov en la selección de políticas de mantenimiento

Autores:

Escobar Mejía, Andrés

Holguín, Mauricio

Betancourt, Gustavo

Año:

2007

Objetivo:

Presentar la forma en la cual se utilizar las cadenas de Markov para predecir y representar el grado de degradación que sufre cualquier equipo o sistema.

Resumen:

Cualquier sistema cuyo comportamiento esté afectado por la incertidumbre es posible modelarlo a través de la definición de variables estocásticas. En el artículo los autores modelan estocásticamente las políticas de mantenimiento de una empresa y mediante aplicación de cadenas de Markov predicen el nivel de degradación del sistema objeto de estudio. Así mismo, se hace la presentación de éstas políticas en forma matricial y esquemática según la teoría markoviana y se desarrolla el modelo para dos alternativas de intervención humana mediante la aplicación de mantenimiento al sistema.

Análisis Crítico del Artículo:

MODELO PRESENTADO EN EL ARTÍCULO	MODELO PROPUESTO EN ÉSTE TRABAJO DE INVESTIGACIÓN
Teoría markoviana Cuando una variable cumple la condición de que su estado futuro depende únicamente del estado presente y es independiente de los estados pasados, se puede decir que el proceso cumple la condición markoviana y por tanto la probabilidad de transición del estado i al estado j estará dada por: $P_{ij} = P\left(S_n = {}^{j}\!/_{S_{n-1}} = i\right)$ (1) La ecuación uno se interpreta como la probabilidad que tiene el sistema para alcanzar el estado *j*, dado que se encuentra en el estado *i*. El proceso se puede entonces definir mediante el conjunto de ecuaciones para una cadena de Markov de la siguiente manera:	Claramente el tema tratado en el artículo estudiado no tiene relación con el campo de la teoría de los portafolios o con la valoración del riesgo en activos, sin embargo, se tomó en consideración dado que explica de forma clara la teoría de las cadenas de Markov, la cual será objeto de aplicación en el trabajo a desarrollar. Se puede establecer un símil entre el trabajo propuesto y el presente de la siguiente manera: En el artículo se utiliza la teoría markoviana para optimizar la aplicación de políticas de mantenimiento al sistema, anticipando las probabilidades de degradación, en el trabajo propuesto se usará la misma teoría para optimizar el portafolio escogido, anticipando el comportamiento del precio de la acción

$$S_n = r \cdot P^{(n)} \quad (2)$$ $$E(S) = \sum_{i=1}^{n} i \cdot S_n(i)$$ En donde: S_n es el vector de estado en el paso *n*. S_n *(i)* es la i-ésima componente del vector *Sn* indicando la probabilidad de que el sistema tome el valor *i*. *P* es la matriz de transición de una etapa donde P_{ij} representa la probabilidad para que el sistema vaya del estado *i* al *j*. *r* es el vector de estado inicial. $E(S_n)$ representa el estado que se predice para el sistema y por tanto siendo el resultado de interés para decidir. $P^{(n)}$ es la matriz de transición de *n* pasos, denotando con sus componentes $P^{(n)}{}_{ij}$ la probabilidad condicional de que el sistema se encuentre en el estado de degradación *j* dado que **se** encontraba en el estado *i*, lo anterior luego de *n* pasos.	a la baja, al alza o estado estable. La variable objeto de estudio en el artículo es el porcentaje de degradación, para el caso del proyecto a realizar la variable son los valores del portafolio de acciones. En el artículo se plantean intervenciones al modelo para evitar el avance de la degradación, en el trabajo de tesis igualmente se plantean intervenciones mediante límites de orden y stop loss para evitar caer en zonas de alto riesgo de pérdida.

Criterios de Búsqueda

Metabuscador:

http://repositorio.utp.edu.co

Frase:

Markov +optimización

Dirección (URL):

http://repositorio.utp.edu.co/dspace/handle/11059/211

Documento 5.

Titulo:

Modelo Estocástico Wiener Gauss: una Aplicación a La Economía

Autores:

Pedraja, Liliana

Rodríguez, R Emilio

Server, P Ricardo

Año:

2000

Objetivo:

Analizar si el proceso de formación de precios del índice alimentario de la bolsa de valores de Madrid se comporta según el modelo estocástico Wiener-Gauss aplicado al sector de la economía financiera.

Resumen:

Los autores plantean un interesante artículo en el cual explica la formación de precios del índice del sector alimentario de la bolsa de valores de Madrid a través del proceso Wiener Gauss. Partiendo del supuesto de que la formación de precios del índice es de naturaleza estocástica, los autores inician con un establecimiento del marco teórico sobre las bases fundamentales sobre la aplicación del modelo Wiener Gauss al caso de los activos financieros.

De la misma manera, los autores hacen un análisis juicioso mediante pruebas de hipótesis de los requerimientos estadísticos que debe cumplir la variable de estudio para que la aplicación del modelo sea efectivo, a saber: que la rentabilidad pasada del índice explique la rentabilidad presente, que la rentabilidad del índice alimentario de la bolsa de Madrid sigue una distribución normal y por último establecer la capacidad explicativa del modelo Wiener Gauss respecto de la variable en estudio.

Análisis Crítico del Artículo:

MODELO PRESENTADO EN EL ARTÍCULO	MODELO PROPUESTO EN ÉSTE TRABAJO DE INVESTIGACIÓN
Modelo Wiener Gauss El proceso Wiener-Gauss, es un tipo de proceso estocástico Markov. Existen dos propiedades básicas que debe cumplir la variable z para seguir un proceso Wiener: Propiedad 1: El cambio en z estará asociado con el cambio en t mediante la siguiente ecuación: $\Delta z = \varepsilon\sqrt{\Delta t}$ (1) Donde: Δ t = intervalo de tiempo Δ z = cambio en la variable z durante Δ t ε = coeficiente aleatorio que tiende a una distribución normal N (0,1) Propiedad 2: Los valores de Δz para dos intervalos diferentes del tiempo Δt son independientes El proceso Wiener-Gauss puede ser extendido al uso de los activos financieros a	Queda claro en el análisis del artículo, que el modelo Wiener Gauss es un tipo de proceso estocástico markoviano que puede ser de mucha utilidad en el análisis de precios del mercado bursátil, de ésta misma manera, el trabajo propuesto hará uso te las cadenas de Markov (otro proceso de tipo estocástico discreto), para concluir sobre su utilidad en el campo financiero, más específicamente en la determinar la volatilidad de los precios de acciones de la bolsa NYSE partiendo de un momento t, que en el caso del proyecto a desarrollar nos será otra cosa que un portafolio de acciones conformado previamente mediante la metodología desarrollada por Markowitz. Una cadena de Markov es una secuencia X_1, X_2, X_3,… de variables aleatorias. El dominio de estas variables es llamado espacio estado; el valor de Xn es el estado del proceso en el tiempo n. Si la distribución de probabilidad condicional de X_{n+1} en estados pasados es una función de X_n por sí sola, entonces: $P(X_{n+1} = x_{n+1}\|X_n = x_n, X_{n-1} = x_{n-}$

través del siguiente modelo general. $$\frac{dS}{S} = \mu\, dt + \sigma\, dz \qquad (2)$$ Donde: S = precio del activo financiero dS=cambio en los precios del activo financiero S μ = rentabilidad esperada del activo financiero S dt= cambio en la variable tiempo. σ = volatilidad del activo financiero S = variable aleatoria, se distribuye N~ (0,1) dz = $\sqrt{\mathbf{dt}}$	$_1,\ldots,X_2 = x_2, X_1 = x_1)$ $= P(X_{n+1} = x_{n+1} \mid X_n = x_n).$ Donde x_i es el estado del proceso en el instante i. La identidad mostrada es la propiedad de Markov.

Criterios de Búsqueda

Metabuscador:

scholar.google.com

Frase:

Modelo +estocástico

Dirección (URL):

http://www.redalyc.org/html/114/11400805/

Documento 6.

Titulo:

Portafolio de inversión en acciones un enfoque estocástico

Autores:

Eduardo Arturo Cruz T.

Jorge Hernán Restrepo C.

Pedro Daniel Medina V.

Año:

2008

Objetivo:

Presentar una metodología para la selección óptima de un portafolio de renta variable, utilizando como base el procedimiento de Markowitz.

Resumen:

El documento expone una metodología para realizar inversiones óptimas en instrumentos de renta variable utilizando el procedimiento de Markowitz para la selección óptima de un portafolio. El estudio es abordado por los autores a través de un caso práctico, en donde se toman 6 acciones que cotizan en la bolsa de valores de Colombia para desarrollar el modelo. Para esto se utiliza una hoja de cálculo de Excel, apoyándose en complementos de Cristall Ball y Optquest; el primero para la simulación Montecarlo y el segundo para la optimización a través de la metaheurística Branch and Bound. Finalmente, se concluye sobre los hallazgos y sobre la consistencia del modelo para éste caso práctico.

Análisis Crítico del Artículo:

MODELO PRESENTADO EN EL ARTÍCULO	MODELO PROPUESTO EN ÉSTE TRABAJO DE INVESTIGACIÓN
Sean: N = número de acciones que conforman el portafolio R_I = Rendimento esperado del i-ésimo	El desarrollo del artículo se basa en el modelo de Markowitz para la elección del portafolio eficiente, a través de la maximización de rendimientos minimizando el riesgo.

valor A_I = Porcentaje de la inversión en el i-ésimo valor. R_e = Rendimiento esperado del portafolio. σ^2_P = Varianza de los rendimientos de la cartera, sobre la frontera eficiente de oportunidades de inversión. $Min\_Z = \sqrt{\sigma_P^2}$ Sujeto a: $R_E = \sum_{I=1}^{N} A_I R_I$ $\sum_{I=1}^{N} A_I = 1$ $\forall A_I \geq 0$	Este modelo es considerado el punto de partida para desarrollar otras metodologías. En la metodología que expone el artículo, se realiza el proceso de optimización a través de Branch and Bound y se simula mediante Montecarlo para analizar el comportamiento de la rentabilidad esperada. Para nuestro caso, la valoración del riesgo VaR se realizará a través de simulación Montecarlo. Sin embargo, el modelo deberá ser validado a través del método de Kupiec.

Criterios de Búsqueda

Metabuscador:

https://biblioteca.utp.edu.co/

Frase:

“portafolio acciones estocástico”

Dirección (URL):

http://revistas.utp.edu.co/index.php/revistaciencia/article/view/3213/1845

Documento 7.

Titulo:

Comportamiento de las acciones en Colombia un enfoque de la caminata aleatoria

Autores:

Eduardo Arturo Cruz T.

César Zapata Urquijo.

Pedro Daniel Medina V.

Año:

2010

Objetivo:

Presentar una metodología para determinar si el comportamiento de los precios de acciones calificadas de alta bursatilidad en el mercado de valores de Colombia siguen una caminata aleatoria.

Resumen:

El documento expone una metodología de movimiento browiniano para determinar si las acciones de alta bursatilidad de la Bolsa de Valores de Colombia siguen una caminata aleatoria o es estacionaria. Inicialmente se establece un modelo de comparación entre un proceso de ruido blanco y una caminata aleatoria. Posteriormente se realiza una prueba de estacionariedad y el test de Ljung-Box para estimar la autocorrelación. Finalmente, se concluye sobre el comportamiento del precio de las acciones de alta bursatilidad..

Análisis Crítico del Artículo:

MODELO PRESENTADO EN EL ARTÍCULO	MODELO PROPUESTO EN ÉSTE TRABAJO DE INVESTIGACIÓN
El ruido Blanco El modelo para un proceso de ruido blanco es $W_t = \mu + \epsilon_t,$ Donde μ es una constante, y ϵ_t, es una secuencia variables aleatorias incorrelacionadas idénticamer distribuidos con media cero y varianza finita pa t=1,…,T. La probabilidad de distribución de ϵ_t no necesariamente una normal, pero el proceso si es un rui blanco gaussiano	Las pruebas de estacionariedad son un elemento fundamental dentro de la selección de un portafolio óptimo de renta variable, ya que es un indicador que complementa al análisis técnico, al análisis fundamental y al modelo de optimización que se utilice.
La caminata aleatoria Una forma de construir el proceso de caminata aleatori es de manera aditiva, definida por $Y_t = Y_{t-1} + \epsilon_t$ Para t = 1,2,…, T. tomando para 20 datos (T=20), y Y_o Valor promedio ponderado del índice general de la bols de Colombia (Igbc) al 30/12/2009. Se pronostica para lo veinte días siguientes, el ruido blanco y la caminat aleatoria.	El artículo concluye que según el test de Ljung-Box el comportamiento de las acciones de alta bursatilidad de la Bolsa de Valores de Colombia es estacionario. Para nuestro caso, se realizarán estas pruebas al precio de las acciones del New York Stock Exchange (NYSE).

Prueba de estacionariedad basada en un correlograma	
La prueba de estacionariedad se basa en la función d autocorrelación (FAC). La función de autocorrelación a resago K, denotada por ρ_x tiene como objetivo identifica el grado de autocorrelación de una serie de tiempo co respecto a sus datos anteriores. Para Y_T , t=1,2,3,..,T es $$\rho_K = \frac{\sum_{t=1}^{n-k}(Y_t - Y')(Y_{t+k} - Y')}{\sum_{t=1}^{n}(Y_t - Y').^2}$$ Donde K: número de rezagos Y: Indice IGBC Y´: Valor promedio IGBC	
Test de Ljung-Box	
$$Q' = n(n+2)\sum_{k=1}^{h-1}\frac{r_k^2}{(n-k)}$$ Donde: Q´ es el estadístico de Ljung-Box, la probabilidad de que el conjunto de coeficientes de las autocorrelacio son todos iguales a cero. N Es el número de datos H Es el tamaño del conjunto de correlaciones usados para calcular estadística Rk Es la autocorrelación con un rezago k periodos	

Criterios de Búsqueda

Metabuscador:

https://biblioteca.utp.edu.co/

Frase:

“caminata aleatoria acciones”

Dirección (URL):

http://revistas.utp.edu.co/index.php/revistaciencia/article/view/1777/1187

Documento 8.

Titulo:

Estrategia de inversión optimizando la relación rentabilidad-riesgo: evidencia en el mercado accionario colombiano

Autores:

Orlando E. Contreras

Roberto Stein Bronfman

Carlos E. Vecino Arenas.

Año:

2015

Objetivo:

Evaluar y contrastar la rentabilidad observada de un portafolio de acciones respecto a la que se obtendría mediante un modelo de optimización que maximiza el ratio de Sharpe.

Resumen:

El documento expone una metodología para seleccionar un portafolio basándose en el indicador "ratio de Sharpe", el cual mide la rentabilidad de una acción en relación a la cantidad de riesgo que se toma. Los autores desarrollan el modelo partiendo del objetivo de maximizar el ratio de Sharpe bajo algunos criterios definidos para obtener una base de datos confiable y debidamente estructurada. Se toman datos históricos y se realiza la simulación para encontrar el portafolio óptimo. Finalmente se contrastan los resultados del portafolio recomendado (seleccionado a partir del modelo) con el comportamiento real del IGBC en el mismo período de tiempo.

Análisis Crítico del Artículo:

MODELO PRESENTADO EN EL ARTÍCULO	MODELO PROPUESTO EN ÉSTE TRABAJO DE INVESTIGACIÓN
Maximización del ratio de Sharpe	El ratio de Sharpe es un indicador de bastante importancia porque expresa la rentabilidad obtenida por cada unidad de riesgo soportado. En el documento se contrastan los resultados obtenidos a partir de éste

$Max\,SR = \frac{R_p - r_f}{\sigma\left(R_p - r_f\right)}$ donde: $R_p = \sum_{i=1}^{n} x_i E(R_i)$ y $\sigma\left(R_p - r_f\right) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} x_i x_j \sigma_{ij}$ sujeto a $0 \le x_i \le 1$ y $\sum_{i=1}^{n} x_i = 1$ SR = Ratio de Sharpe Rp = Rentabilidad del portafolio Rf = Rentabilidad libre de riesgo σ = Desviación estándar	modelo con los datos reales del comportamiento del IGBC. Finalmente se concluye que el portafolio construido a partir del modelo arroja mejores cifras en términos de rendimientos y de riesgo en comparación al IGBC. Este modelo puede utilizarse en nuestro trabajo de investigación aplicándose a acciones del New York Stock Exchange. Sin embargo, este modelo deberá someterse a pruebas de validación.

Criterios de Búsqueda

Metabuscador:

https://www.sciencedirect.com/

Frase:

"inversión ratio de sharpe"

Dirección (URL):

https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0123592315000534

Documento 9.

Titulo:

Backtesting del valor en riesgo para los mercados bursátiles y de divisas latinoamericanas

Autores:

Werner Kristjanpoller Rodríguez

Andrés Barahona Ossa

Año:

2014

Objetivo:

Analizar tres metodologías para el cálculo del valor en riesgo (VaR): modelos paramétricos, semiparamétricos y no paramétricos.

Resumen:

En el documento se explica inicialmente la importancia del concepto de VaR y los modelos utilizados cara calcularlo. En segundo lugar, se define que, para evaluar la validez de los modelos, se utiliza un método representativo para cada uno: el GARCH para modelos paramétricos, el CAVIAR para los semiparamétricos y el de simulación histórica para los no paramétricos. La información a analizar serán 6 monedas latinoamericanas y 7 índices bursátiles. Posteriormente se realiza un backtest basado en el método general de momentos. Se analizan los resultados, donde se encuentra que el modelo CAVIAR es el que mejor proyecta el VaR para los períodos analizados.

Análisis Crítico del Artículo:

MODELO PRESENTADO EN EL ARTÍCULO	MODELO PROPUESTO EN ÉSTE TRABAJO DE INVESTIGACIÓN
Modelos utilizados para calcular el VaR • Teoría de valor extremo (EVT), • Valor en riesgo condicional autorregresivo (CAVIAR), • Familia de modelos GARCH, • Media móvil ponderado exponencialmente (EWMA), • Simulación histórica (HS), • Simulación Montecarlo (MC), • Momentos condicionales de orden superior variables en el tiempo, • Simulación histórica ponderada por volatilidad. Modelo GARCH	En este documento, el análisis de los resultados permite concluir que el modelo CAVIAR es quien mejor proyecta los VaR para los índices bursátiles y las monedas en los 4 períodos realizados. En nuestro caso se realizará Simulación Montecarlo para medir el nivel de riesgo. La Simulación Montecarlo es conveniente en nuestro trabajo, ya que logra envolver una gran cantidad de escenarios positivos y negativos en el futuro.

$$r_t = \sum_{i=1}^{s} \alpha_i r_{t-i} + \varepsilon_t$$	
$$\ln(\sigma_t^2) = \gamma + \sum_{j=1}^{p} \beta_j \left\lvert \frac{\varepsilon_{t-j}}{\sigma_{t-j}} \right\rvert + \sum_{k=1}^{p} \delta_k \frac{\varepsilon_{t-k}}{\sigma_{t-k}} + \sum_{l=1}^{q} \varphi_l \ln(\sigma_{t-l}^2)$$	
Modelo CAVIAR	
$$VaR_t = \beta_0 + \beta_1 VaR_{t-1} + l(\beta_2, y_{t-1}, VaR_{t-1})$$	
$\beta_1 VaR_{t-1}$ = Asegura que los cambios del VaR sean suaves a través del tiempo $l(\beta_2, y_{t-1}, VaR_{t-1})$ = Mide la cuantía en que debe cambiar el VaR en función de Y.	

Criterios de Búsqueda

Metabuscador:

https://www.sciencedirect.com/

Frase:

“backtesting riesgo”

Dirección (URL):

https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0185166714726062

Documento 10.

Titulo:

Metodología para la toma de decisiones de inversión en portafolio de acciones utilizando la técnica multicriterio AHP

Autores:

John Willmer Escobar

Año:

2014

Objetivo:

Presentar una metodología para la toma de decisiones en el mercado accionario colombiano utilizando la técnica Analytic Hierarchy Process (AHP).

Resumen:

En este documento se integran las técnicas tradicionales de decisión de inversión en portafolio con la técnica multicriterio AHP, la cual evalúa alternativas bajo criterios cualitativos y cuantitativos. El autor se basa en los criterios de rentabilidad y riesgo considerados en Markowitz (1952, 1991), Sharpe (1970), Elton y Gruber (1978), así como Morgan (1996). Inicialmente se presentan los supuestos y limitaciones de los métodos tradicionales de selección de portafolio. Luego se introduce la metodología AHP y su importancia en la toma de decisiones de inversión. Posteriormente, el método se desarrolla analizando acciones de alta bursatilidad de la Bolsa de Valores de Colombia. Finalmente se concluye acerca de la eficiencia de ésta metodología en el proceso de toma de decisiones.

Análisis Crítico del Artículo:

MODELO PRESENTADO EN EL ARTÍCULO	MODELO PROPUESTO EN ÉSTE TRABAJO DE INVESTIGACIÓN
Proceso de selección de un portafolio **Etapa 1:** Aplicación de las teorías estadísticas para acciones individuales: En esta etapa se toman todas las acciones a nivel individual, se procesa y se organiza toda la información. Allí se determinan los indicadores de rentabilidad, riesgo, coeficiente de variación, coeficiente de asimetría y riesgo diversificable. Todo esto, con el fin de establecer el nivel de bursatilidad de cada acción. **Etapa 2:** Selección de acciones y conformación de combinaciones de portafolios En esta etapa se descartan las acciones con rentabilidades negativas y se seleccionan títulos con riesgo diversificable alto y riesgo sistemático menor. Posteriormente, se realiza un análisis de rentabilidad vs riesgo para seleccionar las acciones que se ajusten al perfil del inversionista. Finalmente se conforman los portafolios evaluando todas las combinaciones posibles de N	Esta metodología es integral, ya que evalúa criterios cualitativos y cuantitativos. Cada una de las etapas dentro del proceso de selección del portafolio genera un gran aporte a nuestro trabajo de investigación. Si bien nuestro trabajo se basa en la selección de un portafolio utilizando otras metodologías, las primeras etapas son aplicables para realizar un filtro, sabiendo que en el NYSE cotizan un centenar de acciones. Por otro lado, la AHP es una metodología bien estructurada, con la cual se podrían contrastar los resultados obtenidos en nuestro trabajo.

acciones o menos.

Etapa 3: Aplicación de las teorías de análisis y selección de portafolios

Se eligen los portafolios con mejor balance rentabilidad-riesgo-coeficiente de variación, los que tengan menos probabilidad de pérdida y se estudia el VaR.

También se pueden incluir otros criterios de elección, que constituirán las alternativas de análisis del AHP.

Etapa 4: Aplicación de la metodología AHP

Se construye una estructura jerárquica del proceso de decisión, identificando el objetivo, los criterios y las alternativas para llegar al mejor portafolio (P1, P2, P3, …, Pn)

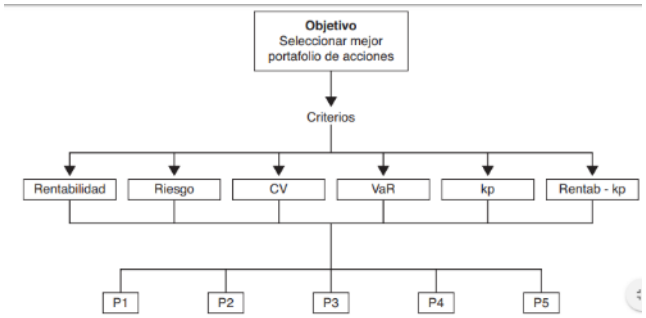


Figura 1. Modelo de decisión AHP para la selección del mejor portafolio de acciones.
Fuente: elaboración propia.

Posteriormente se pasa a un proceso de construcción de matriz de comparaciones y se calcula un vector resultante de la multiplicación de los vectores de preferencia de cada alternativa

con los vectores de preferencia de cada criterio. Finalmente se selecciona el que obtenga mayor valor porcentual de preferencia.	

Criterios de Búsqueda

Metabuscador:

https://www.sciencedirect.com/

Frase:

“mercado acciones AHP”

Dirección (URL):

https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0186104215300048